

**JOAQUÍN EDGARDO TORRE MONCADA
ID UD2016SCI6011**

**DOCTORADO EN CIENCIAS
INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

**SEGUNDA FASE
Análisis estructural No Lineal**

**ATLANTIC INTERNATIONAL UNIVERSITY
NORTH MIAMI, FLORIDA
MAY 2006**

JOAQUÍN EDGARDO TORRE MONCADA

Tabla de contenido

Introducción:	2
Descripción.....	3
Respuesta No-lineal.....	4
Modelo de un grado de libertad.....	5
Aceleración lineal.....	6
Comportamiento elásto-plástico.....	9
Procedimiento numérico.....	10
Modelos analizados.....	12
Comentarios sobre el modelo analizado.....	13
Sensibilidad de los sistemas no-lineales.....	14
Relación entre la energía de la carga y los daños en las estructuras.....	14
Análisis general.....	17
Discusión.....	18
Conclusión.....	19
Bibliografía.....	20
Exámen.....	24
Anexo: Lista de confirmación de este documento.....	27

Introducción:

El propósito de este documento, es establecer lo más conocido y más aceptado sobre los procedimientos de análisis no-lineal de estructuras, como parte de las asignaciones de la materia Análisis estructural no-lineal.

Existen muchos procedimientos de análisis numéricos para simplificar los cálculos para el análisis no-lineal de estructuras, y como tales, son una aproximación, in embargo, el error es lo suficientemente pequeño, para que los métodos sean aceptables.

El tema es parte del estudio de la dinámica de las estructuras, aspecto muy importante en la investigación de la respuesta de las estructuras a las solicitaciones accidentales que típicamente son el viento y el sismo.

Este documento es parte de las asignaciones de la segunda fase del programa de estudios de Doctorado en Ciencias con énfasis en Ingeniería Estructural.

Descripción:

Este documento contiene la investigación realizada sobre los procedimientos de análisis no-lineal de estructuras, estableciendo primeramente, los aspectos teóricos y seguidamente, los análisis con los comentarios correspondientes.

Para los efectos antes descritos, se ha consultado muchos textos y artículos técnicos sobre el tema, los que fueron tomados en cuenta para escribir este reporte.

El tema es el análisis no-lineal de estructuras, el que a su vez es parte del estudio del comportamiento dinámico de estructuras, solo que considerando su respuesta cuando estas hacen incursiones en el rango plástico debido a altas deformaciones provocadas por excitaciones accidentales, tales como sismos o explosiones en la vecindad. Para esto, se describe lo que es el comportamiento elásto-plástico y se correlaciona con los procedimientos de análisis. Toda la investigación y el estudio presentado en este reporte, se ha hecho con modelos de un grado de libertad, para facilitar el desarrollo de los procedimientos de análisis.

Finalmente se complementa todo el estudio y la investigación contenida en este documento, con casos de análisis, los cuales son discutidos y comentados.

Respuesta no lineal:

Cuando se estudia el comportamiento dinámico de sistemas de un grado de libertad, asumimos lo siguiente:

- La fuerza de restauración es proporcional al desplazamiento
- Hay disipación de energía a través de un mecanismo de amortiguamiento viscoso proporcional a la velocidad.
- La masa en el modelo, no cambiará en el tiempo

Y como consecuencia de lo asumido, las ecuaciones de movimiento del sistema, resultan de una ecuación diferencial de segundo orden:

$$F(t) = my + cy + ky$$

Sin embargo hay situaciones físicas en la realidad, para las cuales este modelo lineal, no representa adecuadamente las características dinámicas de la estructura, y en esos casos se requiere el uso de un modelo en el que la fuerza del resorte o la fuerza de amortiguamiento, podría no mantenerse proporcional a los desplazamientos o a la velocidad respectivamente, resultando ecuaciones no lineales y con soluciones matemáticas mucho más complejas, que frecuentemente requieren de procedimientos numéricos.¹⁰

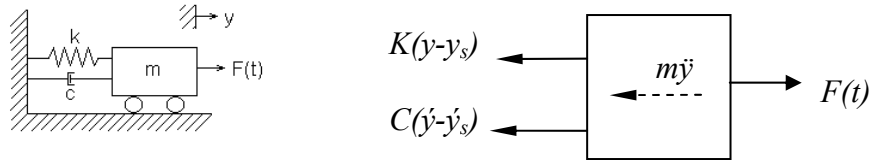
Toda estructura real, cuando está sujeta a cargas o desplazamientos, se comporta dinámicamente. Si las cargas o los desplazamientos se aplican muy suavemente, entonces las fuerzas inerciales se pueden despreciar y un análisis de carga estática se puede justificar, de aquí, que el análisis dinámico es una simple extensión del análisis estático.¹³

Modelo de un grado de libertad:

El equilibrio dinámico del sistema al inicio de la excitación, es:

$$F_I(t_i) + F_D(t_i) + F_S(t_i) = F(t_i) \quad \text{Ec. 1}$$

Donde las variables se pueden entender modelo analógico y de su diagrama de cuerpo libre siguiente:



Un corto lapso de tiempo después, que llamaremos Δt , nos encontramos que el equilibrio dinámico se define como:

$$F_I(t_i + \Delta t) + F_D(t_i + \Delta t) + F_S(t_i + \Delta t) = F(t_i + \Delta t) \quad \text{Ec. 2}$$

Si restamos la ecuación 2 de la ecuación 1, encontramos el resultado de la ecuación diferencial de movimiento en términos del incremento de tiempo:

$$\Delta F_I + \Delta F_D + \Delta F_S = \Delta F_i \quad \text{Ec. 3}$$

Donde los incrementos de fuerza son:

$$\Delta F_I = F_I(t_i + \Delta t) - F_I(t_i) \quad \text{Ec. 4}$$

$$\Delta F_D = F_D(t_i + \Delta t) - F_D(t_i) \quad \text{Ec. 5}$$

$$\Delta F_S = F_S(t_i + \Delta t) - F_S(t_i) \quad \text{Ec. 6}$$

$$\Delta F_i = F(t_i + \Delta t) - F(t_i) \quad \text{Ec. 7}$$

Al asumir que la fuerza de amortiguamiento es una función de la velocidad y que la fuerza del resorte mostrado en el modelo, es una función del desplazamiento de la masa, mientras que las fuerzas inerciales se mantienen proporcionales a la aceleración, entonces:

$$\Delta F_I = m\Delta\ddot{y}_i \quad \text{Ec. 8}$$

$$\Delta F_D = c\Delta\dot{y}_i \quad \text{Ec. 9}$$

$$\Delta F_S = k\Delta y_i \quad \text{Ec. 10}$$

Donde los incrementos del desplazamiento Δy_i , de la velocidad $\Delta \dot{y}$ y de la aceleración $\Delta \ddot{y}$ son los siguientes:

$$\Delta y_i = y(t_i + \Delta t) - y(t_i) \quad \text{Ec. 11}$$

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}(t_i + \Delta t) - \dot{y}(t_i) \quad \text{Ec. 12}$$

$$\Delta \ddot{y}_i = \ddot{y}(t_i + \Delta t) - \ddot{y}(t_i) \quad \text{Ec. 13}$$

Y el coeficiente k_i , se define como la derivada de la fuerza del resorte con respecto al tiempo, así como el coeficiente c_i , se define como la derivada de la fuerza de amortiguamiento con respecto a la velocidad:

$$k_i = \left(\frac{dF_S}{dy} \right)_{y=y_i} \quad c_i = \left(\frac{dF_D}{d\dot{y}} \right)_{\dot{y}=\dot{y}_i} \quad \text{Ec. 14/15}$$

Si esos coeficientes se sustituyen en la ecuación de movimiento en términos de los incrementos (Ecuación 3), tenemos:

$$m\Delta \ddot{y}_i + c_i \Delta \dot{y}_i + k_i \Delta y_i = \Delta F_i \quad \text{Ec. 16}$$

Donde los valores de k y c se calculan por medio de los desplazamientos y la velocidad, respectivamente, correspondientes al tiempo t_i y se asume que se mantienen constantes durante ese lapso de tiempo Δt , con lo que se obtiene es una aproximación ¹⁰.

Aceleración lineal:

Para obtener la aproximación a la respuesta no lineal de la estructura, existen muchos métodos de integración numérica, siendo probablemente el más efectivo el método de integración “paso a paso”, el cual tiene dos opciones: a) asumir la aceleración constante y b) asumir la aceleración linealmente variable. Por supuesto, que la primera opción es la más sencilla, pero también la menos precisa.

En la opción de aceleración linealmente variable, se asume que la aceleración puede ser expresada como una función lineal durante el intervalo de tiempo Δt , esto es

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad \text{Ec. 17}$$

Entonces:
$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \frac{\Delta \dot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i) \quad \text{Ec. 18}$$

Que integrando nos da lo siguiente:

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i(t - t_i) + \frac{1}{2} \frac{\Delta \dot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^2 \quad \text{Ec. 19}$$

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i(t - t_i) + \frac{1}{2} \dot{y}_i (t - t_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\Delta \dot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^3 \quad \text{Ec. 20}$$

Que evaluadas al tiempo $t = t_i + \Delta t$ resultan en:

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \dot{y}_i \Delta t \quad \text{Ec. 21}$$

$$\Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \dot{y}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6} \Delta \dot{y}_i \Delta t^3 \quad \text{Ec. 22}$$

Usando el incremento del desplazamiento como la variable básica de análisis. Para resolver el incremento de la aceleración

$$\Delta \dot{y}_i = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i - 3 \ddot{y}_i \quad \text{Ec. 23}$$

$$\Delta \dot{y}_i = \frac{3}{\Delta t} \Delta y_i - 3 \dot{y}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \quad \text{Ec. 24}$$

Que sustituyendo en la ecuación de movimiento en términos de los incrementos de tiempo (Ecuación #3), nos lleva a:

$$m \left(\frac{6}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i - 3 \ddot{y}_i \right) + c_i \left(\frac{3}{\Delta t} \Delta y_i - 3 \dot{y}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \right) + k_i \Delta y_i = \Delta F_i \quad \text{Ec. 25}$$

Simplificando esta expresión:

$$\bar{k}_i \Delta y_i = \overline{\Delta F}_i \quad \text{Ec. 26}$$

Donde \bar{k}_i es la constante efectiva del resorte, encontrada por:

$$\bar{k}_i = k_i + \frac{6m}{\Delta t^2} + \frac{3c_i}{\Delta t} \quad \text{Ec. 27}$$

Y $\bar{\Delta F}_i$ es el incremento efectivo de fuerza, expresado como:

$$\bar{\Delta F}_i = \Delta F_i + m \left(\frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i + 3\ddot{y}_i \right) + c_i \left(3\dot{y}_i + \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \right) \quad \text{Ec. 28}$$

Lo que tiene dos significativas aproximaciones:

1. La aceleración varía linealmente con Δt
2. Las propiedades de amortiguamiento y rigidez del sistema, se evalúan al inicio del intervalo y se mantienen constantes durante Δt

Estas aproximaciones introducen error que tiende a acumularse en cada intervalo de tiempo Δt . Este error acumulado debe de evitarse imponiéndole una condición de equilibrio total dinámico al sistema, en cada pase del análisis.¹⁰ Para lograr esto, se expresa la aceleración, en cada paso, mediante la ecuación diferencial de movimiento, donde los desplazamientos y la velocidad, así como las fuerzas de rigidez y amortiguamiento, son evaluadas para cada paso o intervalo de tiempo Δt .

Para la selección apropiada del incremento de tiempo Δt , debe de tomarse en cuenta lo siguiente:

1. Período natural de la estructura.
2. Tasa de variación de la función de carga
3. Complejidad de las funciones de rigidez y amortiguamiento.

En general, se han obtenido resultados lo suficientemente precisos con intervalos no mayores de 1/10 del período natural de la estructura y/o el intervalo deberá ser lo

suficientemente pequeño para representar apropiadamente la variación de carga en función del tiempo, así como cualquier variación brusca en la tasa de cambio de las funciones de rigidez y amortiguamiento.

Comportamiento Elásto-plástico:

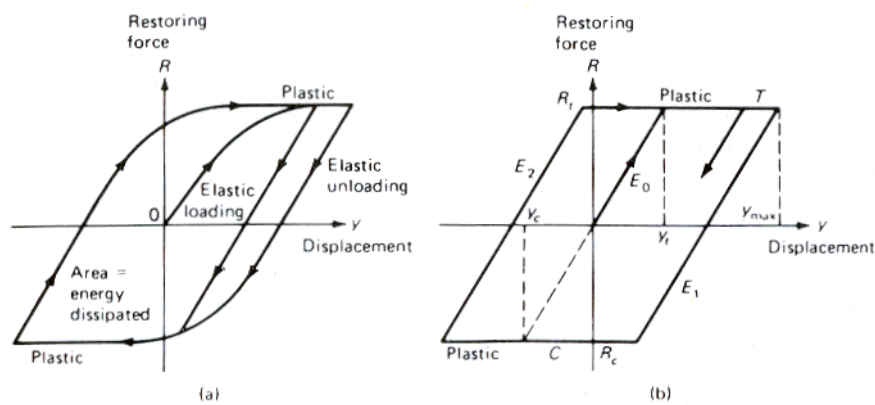
En cualquier estructura cediendo plásticamente, la fuerza de restauración ejercida, tendrá una porción lineal o elástica hasta alcanzar el límite donde para cualquier deformación adicional, la cadencia plástica ocurre.

Al inicio, cuando la carga es aplicada, el sistema se comporta elásticamente, esto es:

$$y_i = \frac{R_T}{k} \text{ cuando está en tracción} \quad \text{Ec. 29}$$

$$y_i = \frac{R_C}{k} \text{ cuando está en compresión} \quad \text{Ec. 30}$$

Lo que representado en términos del rango elástico es $y_C < y < y_T$ y que en forma gráfica se muestra en el diagrama.



Cuando se incrementa la deformación hasta y_T , el sistema comienza a comportarse plásticamente, y así estará mientras $\dot{y} > 0$. Cuando $\dot{y} < 0$, el sistema se invierte a comportamiento elástico de nuevo, en el que los nuevos puntos de cedencia son:

$$y_T = y_{Max.} \quad \text{Ec. 31}$$

$$y_C = y_{Max.} - \frac{(R_T - R_C)}{k} \quad \text{Ec. 32}$$

Donde la fuerza de restauración en cada segmento del ciclo elásto-plástico es:

$$R = R_T - (y_T - y)k \quad \text{Ec. 33}$$

Procedimiento numérico:

1. Sea $y_0 = 0$
 $\dot{y}_0 = 0$
 $\ddot{y}_0 = \frac{F(t=0)}{m}$

2. Cálculo de las constantes de integración:

$$a_1 = \frac{3}{\Delta t}$$

$$a_2 = \frac{6}{\Delta t}$$

$$a_3 = \frac{\Delta t}{2}$$

$$a_4 = \frac{6}{\Delta t^2}$$

3. Cálculo de los límites de deformación elástica:

$$y_T = \frac{R_T}{k}$$

$$y_C = \frac{R_C}{k}$$

4. Cálculo de la rigidez efectiva

$$\bar{k}_i = k_p + a_4 m + a_1 c_i$$

5. Cálculo del incremento efectivo de carga

$$\overline{\Delta F}_i = \Delta F_i + (a_2 m + 3c_i) \dot{y}_i + (3m + a_3 c_i) y_i$$

6. Cálculo del incremento de desplazamientos

$$\Delta y_i = \frac{\overline{\Delta F}_i}{k_i}$$

7. Cálculo de los incrementos de velocidad

$$\Delta \dot{y}_i = a_1 \Delta y_i - 3 \dot{y}_i - a_3 \ddot{y}_i$$

8. Cálculo del desplazamiento, velocidad y aceleración al final del intervalo, que serán los mismos valores para el inicio del intervalo siguiente:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i$$

$$\ddot{y}_{i+1} = \frac{1}{m} [F(t_{i+1}) - c_{i+1} \dot{y}_{i+1} - R]$$

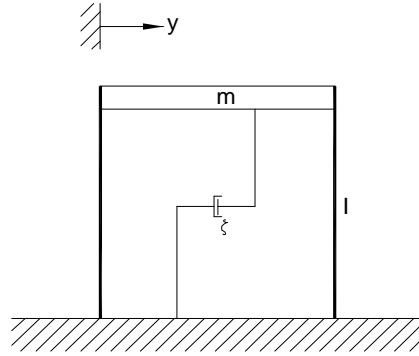
Donde $R = R_T - (y_i - y_{i+1})k$ si está en estado plástico o $R = R_T$ ó $R = R_C$ si se encuentra en estado elástico.

El procedimiento anterior, convierte las ecuaciones de movimiento a una simple forma, la cual es resuelta incremental y algebraicamente, obteniendo respuesta con un error para el sistema no lineal. Las diferencias obtenidas entre las fuerzas para los elementos no lineales obtenidas de la solución algebraica y de las fuerzas obtenidas directamente del modelo, se llama fuerzas desbalanceadas, para lo que es posible usar otros métodos para minimizar el error, siendo el más conocido el método iterativo de Newton-Raphson⁴. Esta fuerza desbalanceada se suma a la fuerza ejercida al inicio de cada paso, para el análisis. Procedimientos simplificados de análisis no lineal, para estimar la respuesta de edificios bajo la acción de sismos, pueden realizarse con un modelo de un grado de libertad representativo de estructuras con múltiples grados de libertad, haciendo los elementos de equivalencia.⁷

HOJA DE CÁLCULO ANÁLISIS NO-LINEAL, MODELO DE 1 GRADO DE LIBERTAD

DATOS DEL MODELO:

Masa = 0.2 Kip-seg²/pulg
 Amortiguamiento ? = 8.70%
 Rc = -15.0000 Kips
 Rt = 15.0000 Kips
 Inercia de cols. = 100.0000 pulg⁴
 Elasticidad = 30,000.0000 Ksi
 Altura de cols. = 15.0000 pies
 Número de cols. = 2
 Rigidez K = 12.3457 Kips/pulg
 c = 0.2734 Kips-seg/pulg
 T = 0.7997 seg
 Intervalo de análisis = 0.1000 seg
 K ef. = 128.2024 +Kp
 Kp = 12.3457 Si elástico
 Kp = 0.0000 Si plástico
 Yc = -1.2150 Pulgadas
 Yt = 1.2150 Pulgadas



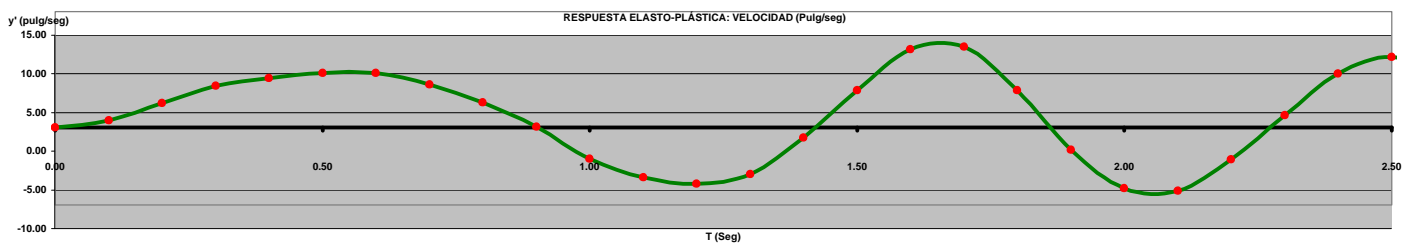
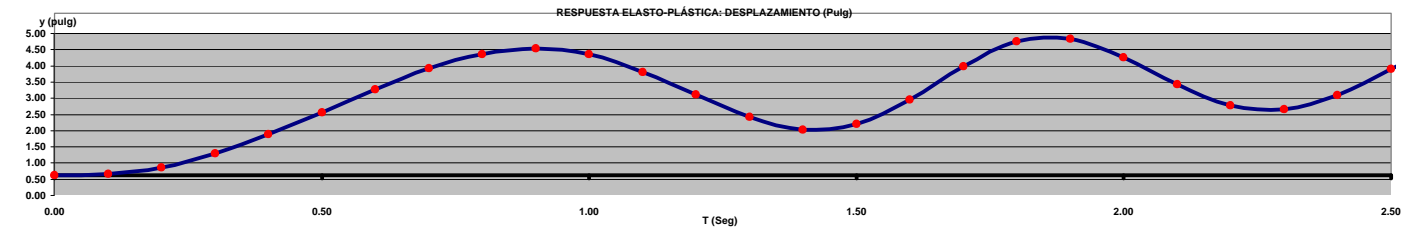
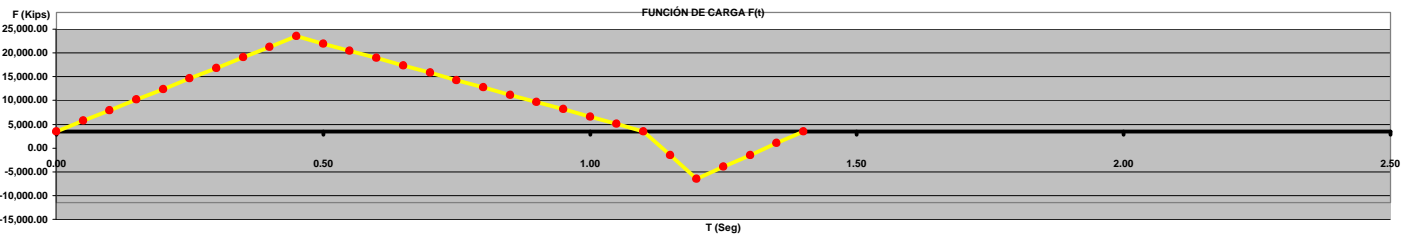
CONSTANTES DE INTEGRACIÓN

a1 = 30.00
 a2 = 60.00
 a3 = 0.05
 a4 = 600.00

CARGA : Intervalo = 0.05 seg

Y max = 4.3324 pulgadas
 Y min = 0.0316 pulgadas

CARGA :		RESPUESTA :													
t (seg)	F(t) (Libras)	t (seg)	F (Kips)	? F (Kips)	? F _{efec} (Kips)	? y (Pulg)	y (pulg)	R (Kips)	Estado	? y' (Pulg/seg)	y (Pulg/seg)	Aceleración	Kp	Keff.	
0.00	0.00	0.00	0.0000	4.4444	4.4444	0.0316	0.0000	0.0000	Elástico	0.9487	0.0000	0.0000	12.3457	140.5481	
0.05	2,222.22	0.10	4.4444	4.4444	28.2500	0.2010	0.0316	0.3904	Elástico	2.2353	0.9487	18.9733	12.3457	140.5481	
0.10	4,444.44	0.20	8.8889	4.4444	61.0548	0.4344	0.2326	2.8719	Elástico	2.1937	3.1840	25.7324	12.3457	140.5481	
0.15	6,666.67	0.30	13.3333	4.4444	84.5191	0.6014	0.6670	8.2349	Elástico	1.0007	5.3776	18.1407	12.3457	140.5481	
0.20	8,888.89	0.40	17.7778	0.6838	85.6280	0.6679	1.2684	15.0000	Plástico	0.6439	6.3784	5.1692	0.0000	128.2024	
0.25	11,111.11	0.50	18.4615	-3.0769	91.6795	0.7151	1.9363	15.0000	Plástico	0.0015	7.0222	7.7078	0.0000	128.2024	
0.30	13,333.33	0.60	15.3846	-3.0769	82.2558	0.6416	2.6514	15.0000	Plástico	-1.4388	7.0237	-7.6788	0.0000	128.2024	
0.35	15,555.56	0.70	12.3077	-1.5385	57.1149	0.4455	3.2930	15.0000	Plástico	-2.3347	5.5849	-21.0965	0.0000	128.2024	
0.40	17,777.78	0.80	10.7692	-3.0769	22.8834	0.1785	3.7385	15.0000	Plástico	-3.1160	3.2502	-25.5971	0.0000	128.2024	
0.45	20,000.00	0.90	7.6923	-3.0769	-23.8909	-0.1864	3.9170	15.0000	Plástico	-4.1573	0.1343	-36.7220	0.0000	128.2024	
0.50	18,461.54	1.00	4.6154	-3.0769	-76.0823	-0.5413	3.7307	12.6993	Elástico	-2.4247	-0.4230	-34.9200	12.3457	140.5481	
0.55	16,923.08	1.10	1.5385	-6.5385	-97.5306	-0.6939	3.1893	6.0163	Elástico	-0.7959	-6.4477	-13.5747	12.3457	140.5481	
0.60	15,384.62	1.20	-5.0000	-2.5000	-96.8039	-0.6888	2.4954	-2.5507	Elástico	1.1854	-7.2437	-2.3437	12.3457	140.5481	
0.65	13,846.15	1.30	-7.5000	5.0000	-56.6813	-0.4033	1.8066	-11.0539	Elástico	4.7736	-6.0583	26.0518	12.3457	140.5481	
0.70	12,307.69	1.40	-2.5000	2.5000	25.4624	0.1812	1.4034	-15.0000	Elástico	6.0761	-1.2847	64.2562	12.3457	140.5481	
0.75	10,769.23	1.50	0.0000	0.0000	96.5708	0.7533	1.5845	-12.7634	Plástico	5.3603	4.7915	57.2667	0.0000	128.2024	
0.80	9,230.77	1.60	0.0000	0.0000	132.2594	1.0316	2.3378	-3.4638	Plástico	0.3221	10.1517	3.4408	0.0000	128.2024	
0.85	7,692.31	1.70	0.0000	0.0000	97.0385	0.7569	3.3694	9.2726	Plástico	-5.6799	10.4738	-60.6813	0.0000	128.2024	
0.90	6,153.85	1.80	0.0000	0.0000	11.4122	0.0890	4.1264	15.0000	Plástico	-7.6336	4.7939	-81.5536	0.0000	128.2024	
0.95	4,615.38	1.90	0.0000	0.0000	-80.0481	-0.5695	4.2154	15.0000	Elástico	-5.0114	-2.8397	-71.1180	12.3457	140.5481	
1.00	3,076.92	2.00	0.0000	0.0000	-118.5165	-0.8432	3.6458	7.9686	Elástico	-0.2887	-7.8511	-29.1101	12.3457	140.5481	
1.05	1,538.46	2.10	0.0000	0.0000	-90.0323	-0.6406	2.8026	-2.4418	Elástico	4.0350	-8.1397	23.3367	12.3457	140.5481	
1.10	0.00	2.20	0.0000	0.0000	-17.4224	-0.1240	2.1620	-10.3502	Elástico	5.7274	-4.1048	57.3626	12.3457	140.5481	
1.15	-5,000.00	2.30	0.0000	0.0000	55.8947	0.4360	2.0380	-11.8806	Plástico	5.3526	1.6226	57.1847	0.0000	128.2024	
1.20	-10,000.00	2.40	0.0000	0.0000	103.5102	0.8074	2.4740	-6.4980	Plástico	2.1486	6.9752	22.9545	0.0000	128.2024	
1.25	-7,500.00	2.50	0.0000	0.0000	98.6682	0.7696	3.2814	3.4698	Plástico	-2.7914	9.1238	-29.8221	0.0000	128.2024	
1.30	-5,000.00	2.60	0.0000	0.0000	36.0693	0.2813	4.0511	12.9714	Plástico	-6.8810	6.3324	-73.5139	0.0000	128.2024	
1.35	-2,500.00	2.70	0.0000	0.0000	-52.5991	-0.3742	4.3324	15.0000	Elástico	-5.8688	-0.5487	-74.2499	12.3457	140.5481	
1.40	0.00	2.80	0.0000	0.0000	-108.7380	-0.7737	3.9582	10.3797	Elástico	-1.8015	-6.4174	-43.1255	12.3457	140.5481	
		2.90	0.0000	0.0000	-101.0154	-0.7187	3.1845	0.8282	Elástico	2.7404	-8.2190	7.0948	12.3457	140.5481	
		3.00	0.0000	0.0000	-40.9553	-0.2914	2.4658	-8.0449	Elástico	5.3080	-5.4785	47.7141	12.3457	140.5481	



Comentarios sobre el modelo analizado:

El modelo de un grado de libertad es analizado con el propósito de desarrollar una hoja de cálculo. El modelo fue extraído de un ejemplo mostrado en el texto de Mario Paz y William Leigh (2004) "Structural Dynamics" 5^o edición ¹⁰ con el que se compararon los resultados.

Como se aprecia en la gráfica de respuesta, la estructura se comporta elásticamente desde el inicio de la excitación, aplicada directamente a la masa, hasta que la fuerza aplicada alcanza el valor $F = 17.78$ Kips en $t = 0.40$ segundos cuando la estructura se empieza a comportar plásticamente. La carga sigue aumentando y la estructura se mantiene en el rango plástico perfecto hasta $t = 0.9$ seg. En $t = 1.0$ seg. la estructura de nuevo entra en el estado elástico. Obsérvese que entre $t = 0.9$ seg. Y $t = 1.0$ seg, la velocidad tiene un intercepto en el eje horizontal, es decir un cero, y como consecuencia, ese punto representa un máximo en la deformación, a partir del cual la estructura empieza a revertir su deformación, por lo que inicia en ese momento otra etapa en estado elástico.

La carga sigue su aplicación y se mantiene en estado elástico hasta $t = 1.5$ seg, cuando de nuevo la velocidad intercepta entre $t = 1.4$ seg y $t = 1.5$ seg, el eje horizontal, alcanzando otro máximo en la dirección contraria, y así sucesivamente. La excitación tiene 1.4 seg de duración, sin embargo la estructura queda vibrando y se mantendrá vibrando hasta que toda la energía se haya disipado. Esta disipación de energía se aprecia en el modelo matemático con la intervención del amortiguamiento viscoso, que en este caso de análisis es 8.7% del amortiguamiento crítico de la estructura. Esta disipación de la energía puede observarse gráficamente al tirar una envolvente en la curva de los desplazamientos, donde se podrá apreciar la reducción o amortiguamiento de cada ciclo histerético.

Sensibilidad de los sistemas no lineales:

El diseño en ingeniería, frecuentemente toma en cuenta la no linealidad del comportamiento del sistema lo que incluye, el material, la geometría y las condiciones frontera del sistema no-lineal. La no-linealidad de los materiales es debido a la relación entre los esfuerzos y las deformaciones, incluyendo la elasticidad, hiperelasticidad y elastoplasticidad.⁸

Relación entre la energía de la carga y los daños en las estructuras:

El daño en las estructuras debido a movimientos sísmicos es causado por la fatiga de los materiales y las deformaciones de los elementos que componen la estructura. Este daño asociado a la fatiga, se relaciona con la energía disipada durante el sismo.¹² Cualquier método de diseño que pretenda controlar los daños, debe de tener en cuenta las deformaciones y la energía plástica que la estructura pueda disipar.

En el pasado, algunas estructuras diseñadas para un buen desempeño bajo condiciones de carga normal, estaban en capacidad de dar una respuesta apropiada aún bajo condiciones de carga anormales. Esto se debió en parte, a la resistencia inherente y la continuidad de las más tradicionales formas en la ingeniería usadas antes.¹⁸ Recientes avances en la eficiencia de los materiales de construcción y sistemas innovadores así como los refinamientos en las técnicas de análisis han dado como resultado, estructuras con muy poco margen de seguridad. Desde un punto de vista analítico, el colapso progresivo ocurre cuando una estructura tiene un patrón de carga que ha cambiado alcanzando sus condiciones frontera de tal suerte que algunos elementos estén cargados más allá de su capacidad y fallen, provocando con la falla, una redistribución de las cargas, lo que lleva a una sobrecarga de otros elementos que estarán ahora cargados más allá de su capacidad, presentándose un escenario de tipo cascada, como el que pudo apreciarse con las torres del The World Trade Center en

New York, el 11 de Septiembre del 2001, aún cuando las conclusiones finales respecto al colapso general siguen en estudio.¹⁸

A continuación presento la propuesta del Dr. Miguel Cruz y Dr. Oscar López (2001)¹², sobre un procedimiento de cálculo para determinar la energía plástica que puede disipar una estructura durante un sismo: La energía de entrada a la estructura, se basa en el desplazamiento relativa de la misma y representa el trabajo realizado por una fuerza lateral equivalente como consecuencia del movimiento sísmico. La energía relativa de entrada a la estructura se define por:

$$E_i = -\int m u_g du \quad \text{Ec. 34}$$

Donde m es la masa, u_g es la aceleración del suelo y u es el desplazamiento relativo. La energía de entrada del sismo, puede aceptarse que es independiente de los parámetros del sistema. El amortiguamiento viscoso, la ductilidad y la resistencia tienen un efecto menor en la energía de entrada. Esto significa, que independientemente que la relación fuerza-deformación sea elásto-plástica, bi-lineal, con o sin degradación de rigidez, la energía de entrada permanece más o menos constante. En las estructuras de varios grados de libertad la energía de entrada puede ser calculada a través de los espectros de energía obtenidos en estructuras de un solo grado de libertad. Al final del sismo toda la energía de entrada debe de haber sido disipada por la estructura a través de los mecanismos de disipación en el rango elástico como el amortiguamiento viscoso, o de los mecanismos de disipación en el rango plástico. La energía plástica E_p , se define en consecuencia, como aquella energía absorbida por la estructura que es utilizada para deformar el material en el rango plástico, determinada por:¹⁸

$$E_p = \int F du_p \quad \text{Ec. 35}$$

Donde F es la fuerza elástica de restitución y U_p es el componente plástico de desplazamiento relativo y la energía plástica normalizada como:

$$E_{PN} = E_p / E_E \quad \text{Ec. 36}$$

Y representa la porción de la energía de entrada que es disipada por deformaciones plásticas. La energía plástica es calculada en términos de la potencia media normalizada del sismo N_p y que incorpora las características más importantes del movimiento sísmico (energía de entrada y duración) y de la estructura (período fundamental, resistencia y amortiguamiento)

$$N_p = \left(\frac{E_E}{T_D} \right) \left(\frac{E_D}{T} \right) \quad \text{Ec. 37}$$

Donde

$$E_D / T = \frac{m C_y^2 g^2}{4\pi\omega} \left(1 - \frac{1}{e^{4\pi\zeta}} \right) \quad \text{Ec. 38}$$

Donde C_y es el coeficiente sísmico a nivel cedente, el cual representa la resistencia normalizada de la estructura, definido como la fuerza cedente lateral dividido por el peso; T es el período de la estructura; g es la constante de aceleración de la gravedad; ζ es el coeficiente de amortiguamiento relativo y ω es la frecuencia natural de la estructura. El término E_D/T es la potencia media disipada por amortiguamiento en el rango elástico, dado por la energía disipada por el amortiguador viscoso durante un ciclo de oscilación libre iniciado desde el desplazamiento cedente, dividida entre el período de la estructura.¹²

Durante los sismos, la energía fluye del suelo a las estructuras y estas deben disiparla mediante los mecanismos de amortiguamiento en el rango elástico y mediante las deformaciones plásticas, las cuales son las responsables de los daños en la estructura. La energía plástica que puede disipar una estructura, es un parámetro importante en las nuevas tendencias para el diseño de estructuras en zonas de elevada amenaza sísmica.¹²

Análisis general:

En los Códigos actuales de diseño sísmico, se acepta para el análisis el uso de métodos análisis estáticos o dinámicos, sin embargo, estos tipos de análisis pueden ser insuficientes para describir el comportamiento real de las estructuras ante fuerzas dinámicas como las producidas por los sismos intensos que definen las acciones de diseño, consecuentemente, es necesario practicar un análisis no-lineal con aproximación numérica. Estos análisis son similares a los análisis de respuesta histórica lineal y solo difieren en que en el caso del análisis no-lineal, el modelo matemático es formulado de tal forma, que las rigideces y aún la conectividad de los elementos puede ser directamente modificada debido a las deformaciones de la estructura.¹⁴

En los casos de edificios con irregularidades, ya sea en sus plantas o a lo largo de su altura, este análisis es aún más importante, debido a las excentricidades producto de las irregularidades de la estructura, de las que resultan torsiones importantes que deben ser evaluadas.¹ Para efectos prácticos de la evaluación, existen muchos métodos propuestos, algunos de los cuales, usan modelos equivalentes de un grado de libertad para representar estructuras con múltiples grados de libertad⁷ o aproximaciones de modelos en el plano, para representar estructuras espaciales^{1, 11}, lo que ha facilitado el análisis y evaluación de las deformaciones de las estructuras, sobre todo tomando en cuenta las irregularidades cuyos efectos pueden ser significativamente determinantes de la capacidad final de la estructura.

Discusiones:

Los métodos de análisis no lineal, permiten encontrar los efectos de la cedencia de los elementos, el pandeo y otros comportamientos no-lineales en la respuesta de la estructura que deben de ser tomados en cuenta en el análisis. Permite adicionalmente, la evaluación del comportamiento no-lineal de las cimentaciones, aberturas del sistema, juntas y el amortiguamiento viscoso. Potencialmente, los métodos de análisis no-lineal toman en cuenta directamente esas no-linealidades del sistema, lo que permite una bastante precisa predicción de la respuesta de la estructura en los movimientos fuertes del suelos, sin embargo, esta precisión es raramente alcanzada en la práctica, debido parcialmente a que el modelo no-lineal puede solo aproximarse al comportamiento real de la estructura. Otra limitante es que pequeñas desviaciones en los movimientos del suelo, o aún en el comportamiento histerético de los elementos del sistema, pueden dar como resultado, significativas diferencias en los desplazamientos pronosticados.¹⁴

Por las razones anteriormente expuestas, cuando el análisis no-lineal es practicado como parte del proceso de diseño, deberá de considerarse diferentes juegos de movimientos del suelo en función del tiempo, tal como lo recomienda el NERHP ¹⁴. También será muy apropiado y hasta oportuno, desarrollar estudios de sensibilidad, en los cuales, las propiedades histeréticas de los elementos asumidas, puedan variar, para permitir la evaluación de los efectos de esas incertidumbres en la predicción de la respuesta.⁸

Análisis estocásticos de la estabilidad, para efectos de sensibilizar esas variables, son también muy usados especialmente en aquellos casos cuyas características demandan estudios muy a fondo de la respuesta de la estructura.²²

Conclusión:

Las estructuras que están en riesgo de ser sometidas a cargas anormales de orden accidental, tal como los sismos o explosiones en la vecindad de las mismas, están sujetas a riesgo de incursionar en el rango plástico. Ante este tipo de excitaciones, la estructura se deforma disipando la energía de movimiento sísmico o del evento que produjo las deformaciones de la estructura, parte de la energía es absorbida por la estructura a través de los mecanismos de disipación elásticos, como el amortiguamiento viscoso, pero otra parte es absorbida por los mecanismos de disipación de energía plástica, que es la responsable de los daños estructurales.¹²

Un análisis no-lineal de la estructura es importante para poder predecir la cantidad de deformación probable y existen métodos de análisis para determinar la cantidad de energía plástica que la estructura es capaz de disipar.¹²

Existen también varios métodos de análisis numérico para calcular la respuesta no-lineal de las estructuras, siendo el más usado, el método “paso a paso” con aceleración lineal.^{4, 6, 7, 10, 13, 14, 19, 20, 21} Se presenta en este documento, una hoja de cálculo desarrollada para realizar análisis numérico de respuesta no-lineal o comportamiento elásto-plástico de las estructuras para un grado de libertad.

La predicción de posible colapso progresivo, o efecto cascada, bajo condiciones específicas, podría proveer de mucha información importante que podría ser usada para controlar o prevenir colapsos progresivos. Para esto, es recomendable el análisis no-lineal con posibles escenarios de carga anormales.¹⁸

Bibliografía:

1. A. Gustavo Ayala, Elias A. Tavera, Mauricio Ayala (2002). Método simplificado de evaluación sísmica de edificios asimétricos.
Revista de Ingeniería Sísmica, N° 67, México, D. F., México
2. Andrés E. Carlson (1999). Three dimensional nonlinear inelastic analysis of steel moment-frame buildings damaged by earthquake excitations
Reporte técnico N° EERL-99-02, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, Ca., U. S. A.
3. Applied Technology Council (2005). Improvement of Nonlinear static seismic analysis procedures
Federal Emergency Management Agency, Washinton, D. C., U. S. A.
4. Beris Erkus (2004). Comparison of the techniques used in the Newmark analysis of nonlinear structures.
17th ASCE Engineering mechanics Conference, University of Delaware, Newark, Delaware, U. S. A.
5. Dimitros Vamvatsikos, C. A. Cornell, (2002). The incremental dynamic análisis and its applications to performance based earthquake engineering
12th European Conference on Earthquake Engineering, Elsevier Science Limited, Oxford, U. K.
6. Keejoo Lee, Chin-Tien Wu, Sung W. Lee (2001). Geometrically nonlinear analysis of a lightweight composite space reflector using solid shell elements based on the assumed strain formulations.
University of Maryland College park, U.S.A.

7. Kenjii Fujii, Yoshiaki Nakano, Yasushi Sanada (2004). A simplified nonlinear analysis procedure for a single-story asymmetric buildings
Journal of Japan Association for Earthquake Engineering, Vol 4, N° 2, Japan.
8. Kyung K. Choi, Nam Ho Kim (2005). Structural sensitivity analysis and optimization 2. Nonlinear systems.
Springer Science+bussines Media, Inc. New York, U. S. A.
9. M. V. Silvaselvan, A. M. Reinhorn (2003). Nonlinear structural analysis towards collapse simulation. A dynamical systems approach.
Technical report MCEER. Structural and Environmental Engineering, University at Buffalo, Buffalo, NY, U. S. A.
10. Mario Paz, William Leigh (2004). Structural Dynamics
5ª edición. Kluwer Academic Publishers Group. Norwell, Massachusetts, U. S. A.
11. Michael Mehrain, M. Eeri, Farzad Naeim (2003). “Exact” Three dimensional linear and nonlinear seismic analysis of structures with two dimensional models
Earthquake Spectra, Vol. N° 19, N° 4, Earthquake Engineering Research Institute, Los Angeles, Ca., U. S. A.
12. Miguel F. Cruz, Oscar A, López (2001). Determinación de la energía plástica que puede disipar una estructura durante un terremoto
Revista Tecnología y Construcción, Vol. 17, Mérida, Venezuela
13. N. R. B. Krshnam Raju, J. Hagabhushanam (2000). Nonlinear analysis using integrated force method.
Sadharma, Vol. 25, parte 4, India

14. NEHRP Committee (2003). Structural analysis procedures
National Earthquake Hazard Reduction Programs, NEHRP agencies, U. S. A.
15. Nicolas Luco, Yasuhito Mori, Yosuke Funahashi, C. Allin Cornell, Masayoshi Nakashima (2003). Evaluation of predictors of nonlinear seismic demands using “fishbone” models of SMRF buidings.
Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Stanford University, Ca. U.S.A.
16. P. Tothong, C. A. Cornell (2005). Application of nonlinear static analysis to probabilistic seismic demand analysis
Stanford University, Ca. U. S. A.
17. Richard C. Dove (2001). Nonlinear dynamic response and failure mechanisms of intake towers.
Research and Development Center, U. S. Army Corps. Of Engineers, Vicksburg MS. U. S. A.
18. Robert L. Hall, Stanley C. Woodson, James T. Baylot, John R. Hayes, Young Sohn (2002). Development of progressive collapse analysis procedure and condition assesment for structures.
U.S. Army Engineer Research and Development Center, Vickburg, MS, U. S. A
19. Seminar (2006). Dynamic analysis
Nº 12, C. S. I. Educational services, Berkeley, Ca. U. S. A.
20. Seminar (2006). Dynamic analysis by numerical integration
Nº 20, C. S. I. Educational Services, Berkeley, Ca. U. S. A.

21. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale (2003). Métodos numéricos para ingenieros.
4º edición, McGraw Hill Interamericana Editores, S. A. de C. V., México, D.F., México

22. Thomas Most, Christian Bucher (2002). Stochastic dynamic analysis of nonlinear structures.
Institute of Structural mechanics, Bauhaus Universität, Weimar, Alemania

Exámen:

Se plantean a continuación una serie de preguntas con respuesta por selección múltiple:

1. El análisis de estructuras no-lineal es cuando:
 - La estructura no es una línea
 - La estructura tiene deformaciones en el rango plástico
 - La estructura siempre está en el rango elástico pero su deformación no es lineal

2. La fuerza de restauración de la estructura es :
 - La misma carga en sentido inverso
 - El límite de cedencia de los materiales de la estructura
 - Cuando se termina la aplicación de la carga

3. El amortiguamiento de una estructura es:
 - Para suavizar el impacto de la carga
 - Depende de como se aplique la carga
 - mecanismo de disipación de energía

4. La energía plástica es:
 - La energía debido de la estructura en su respuesta elástica
 - La energía que la estructura puede disipar mientras se deforma inelásticamente

5. El método de análisis “Paso a paso” es
- Un método exacto de análisis
 - Un método de análisis numérico para aproximar la respuesta de la estructura
 - un método prohibido por los códigos
6. El análisis no-lineal se usa para:
- Solo cuando se quieren analizar las estructuras por sismos
 - Estudiar la respuesta de cualquier excitación que podría llevar a la estructura en incursiones en el rango plástico
7. El comportamiento elásto-plástico se refiere a:
- Cuando no está determinado si la estructura es elástica
 - Cuando la estructura se deforma ciclicamente entre ambos estados
8. Un modelo de un grado de libertad:
- Solo puede ser utilizado para fines educativos
 - Con las consideraciones del caso, puede representar modelos de múltiples grados de libertad
9. Una vez calculada la deformación máxima del modelo, usando el análisis no-lineal:
- La estructura, simplemente se da por bien dimensionada
 - Se deben de cotejar estas deformaciones máximas relativas y compararlas con los límites establecidos en el Código
 - Si hay deforemaciones plásticas, se rechaza el dimensionamiento.

10. La ductilidad de la estructura:

- Es una propiedad de las estructuras metálicas
- Es la capacidad de la estructura para absorber energía plástica

11. El pronóstico o predicción de deformaciones por el análisis no-lineal, por lo general nunca coincide con las deformaciones reales, debido a:

- Los métodos son muy imprecisos
- Pequeñas variaciones en los escenarios, pueden cambiar drásticamente la respuesta

12. ¿Cualquier análisis dinámico da por resultado las deformaciones en el rango inelástico?

- No
- Sí
- Solo en algunos casos, dependiendo del modelo

13. El análisis “paso a paso”, se basa en :

- Analizar la estructura miembro por miembro
- Analizar la estructura en lapsos de tiempo Δt por paso para encontrar su respuesta
- Incrementos de la rigidez de la estructura

Lista de confirmación de este documento:

- Yo tengo una página de cobertura similar al ejemplo de la página 89 ó 90 del Suplemento
- Yo incluí una tabla de contenidos con la página correspondiente por cada componente
- Yo seguí el contorno propuesto en la página 7 del Suplemento con todos los títulos o casi
- Yo usé referencias a través de tpdp el documento según el requisito del suplemento
- Mis referencias están en orden alfabético al final, según el requisito del suplemento
- Cada referencia que mencioné en el texto se encuentra en la lista o viceversa
- Yo utilicé una ilustración clara y con detalles, para defender mi punto de vista
- Yo utilicé al final apéndices con gráficas u otro tipo de documntos de soporte
- Yo utilicé varias tablas y estadísticas para aclarar mis ideas científicamente
- Yo tengo por lo menos 50 páginas de texto (15 en ciertos casos) salvo si me pidieron lo contrario
- Cada sección de mi documento sigue una cierta lógica
- Yo no utilicé caracteres extravagantes, dibujos o decoraciones
- Yo utilicé un lenguaje sencillo, claro y accesible para todos
- Yo utilicé Microsoft Word u otro similar, para chequear y eliminar errores de ortografía
- Yo utilicé Microsoft Word para chequear y eliminar errores de gramática
- Yo no violé ninguna ley de propiedad literaria al copiar materiales que pertenecen a otra gente
- Yo afirmo por este medio, que lo que estoy presentando es totalmente mi obra propia



Joaquín Edgardo Torre Moncada
ID: UD2016SCI6011

8 de Mayo de 2006