



RICARDO  
PAREDES  
RODRIGO

UD14336SCH21792

# ADVANCED TRANSPORT PHENOMENA I

Atlantic International University



## CONTENIDO

	PAGINA
INTRODUCCIÓN	2
OBJETIVOS	3
Objetivo general	3
Objetivos específicos	3
JUSTIFICACIÓN	4
BALANCES MACROSCOPICOS DE MASA	5
APLICACIONES DE BALANCE DE MATERIA	11
LEY DE FICK	17
BALANCES MACROSCOPICO DE ENERGIA	24
LEY DE FOURIER	39
BALANCES MICROSCOPICOS	43
EXPERIENCIAS VIVIDAS	49
CONCLUSIONES	51
BIBLIOGRAFIAS	52
APENDICE	53
ANEXOS	55

## INTRODUCCIÓN

Cuando en casa observamos la preparación de alimentos y bebidas, vemos como de acuerdo a la cantidad y las características de lo que se desea obtener, se usan determinadas sustancias en ciertas cantidades, así mismo muchos de los procesos industriales a los cuales pronto estaremos enfrentados, requieren la caracterización de sus materias primas, para su diseño, ensamble y posterior operación, por lo tanto es necesario establecer balances de materia y energía que nos permitan determinar el mayor número de propiedades que se requieran para el montaje del proceso, hay que destacar que en la mayoría de los casos estas variables están prediseñadas es decir ya se han establecido de acuerdo a las necesidades o el acabado de los productos que se desean obtener.

En el siguiente trabajo se pretende mostrar algunos aspectos generales de los balances de cantidad de materia y energía, de los principios que los rigen, de términos y conceptos asociados a estos, de sus aplicaciones, entre otros; así mismo trataremos temas de igual importancia como la Ley de Fourier y la Ley de Fick; para tal propósito en el presente trabajo se muestran una serie de explicaciones sobre el tratamiento de los balances de materia y energía, tanto microscópicos o diferenciales como macroscópicos o integrales, y se establecen algunos aspectos fundamentales de las ya mencionadas leyes.

## OBJETIVOS

### Objetivo general

Apropiarse de los principios de los fenómenos de transporte avanzado como herramientas vitales para los procesos investigativos que buscan mejorar la eficiencia de equipos de transferencia

### Objetivos específicos

- Definir los conceptos fundamentales y las variables relacionadas a los balances de masa y energía.
- Reconocer, analizar e interpretar las leyes que rigen la transferencia de Calor por conducción.
- Análisis profundo y detallado de la ley de Fick y sus consecuencias en la transferencia de masa.

## JUSTIFICACIÓN

La ciencia y la ingeniería, han tenido grandes objetivos desde sus inicios, uno de ellos es lograr optimizar la mayoría de los procesos a los que a diario se ven enfrentados, no obstante aun son muchos los inconvenientes que se presentan en el camino, debido a esto y a restricciones que parecen imposibles de superar, la eficiencia de ciclos o procesos ampliamente difundidos hoy por el mundo, raras veces alcanza el 90%. Motivados por esto, se llevan a cabo investigaciones alrededor del mundo, con el único propósito de cumplir el ya mencionado objetivo. Una de las maneras en las que se evalúa un proceso para ver su eficiencia, es a través de los balances de masa y de energía que nos permiten saber si el proceso está funcionando en optimas condiciones, y si no lo está, identificar las partes del proceso que están provocando el mal funcionamiento; es esta la razón por la que es importante comprender y conocer cómo se realizan cada uno de estos balances y cuáles son las variables que predominan en la ejecución de los análisis másicos y energéticos.

## BALANCES DE MACROSCÓPICOS DE MASA

Es de vital importancia, para un ingeniero químico, conocer de temas tan importantes en el desarrollo de su vida académica y profesional como los balances macroscópicos de masa; sin embargo antes de entrar a abordar de lleno este tema y su importancia debemos resolver ciertos interrogantes que resultan de la afirmación con la que inicia este párrafo, tales como: ¿Qué es un balance?, podemos entender por un balance, la determinación cualitativa y cuantitativa de los requerimientos bien sea de materiales o de energía de un proceso industrial; estos requerimientos pueden ser determinados mediante una correlación de las variables que intervienen en el proceso, de esta manera se genera un modelo matemático cuya resolución arroja datos tan importantes como composiciones, caudales, entalpías, entropías, entre otros según sea el caso, en resumidas cuentas un balance es la representación gráfica de un seguimiento que se le realiza a una determinada sustancia, a lo largo de un proceso; junto con el concepto de balance aparecen otros términos tales como sistema, fronteras, y alrededores, los cuales serán estudiados a continuación:

- Sistema: un sistema puede definirse como aquella parte del universo que se aísla, con el fin de realizarle un determinado estudio.
- Fronteras: son límites o barreras colocadas idealmente con el fin de definir hasta donde llega el sistema escogido para el estudio.
- Alrededores: Son la parte del universo que no se está estudiando, es decir es todo aquello que rodea nuestro sistema, de esta manera podemos plantear que:

$$\text{Sistema} + \text{Alrededores} = \text{Universo}$$

**Ecuación 1**

En función de las interacciones que permite una frontera al sistema, con sus alrededores es posible clasificar los sistemas en abiertos, cerrados y aislados; un sistema abierto es aquel que permite el intercambio de masa y energía con los alrededores, un sistema cerrado es aquel que solo permite el intercambio de energía con los alrededores, mientras que los sistemas aislados no permiten el intercambio ni de energía ni de masa con los alrededores.

Además, este tipo de balances puede ser de diferentes tipos, microscópicos o macroscópicos, hablamos de un balance microscópico, cuando queremos estudiar detenidamente las transformaciones ocurridas dentro de un sistema, por lo que generalmente se hace necesario la evaluación de elementos de volumen diferencial; mientras que un balance macroscópico permite conocer los caudales de entrada y salida, así como las composiciones de dichos caudales y de lo que está presente en el sistema; podemos deducir entonces que este tipo de balances son de uso común en sistemas abiertos.

Este tipo de balances es válido tanto para sistemas estacionarios, como para sistemas no estacionarios; un sistema estacionario puede definirse como aquel en el cual las propiedades del sistema no varían con el tiempo, por lo que en este tipo de sistemas la acumulación de materiales no es posible, mientras que en un sistema no estacionario, las propiedades del mismo están en constante cambio, lo cual implica que ocurre acumulación en este tipo de sistemas.

Los balances macroscópicos de masa son desde el punto de vista más general una consecuencia de la ley de la conservación de la masa; por lo que es posible aplicar balances macroscópicos de masa a una gran variedad de materiales o sustancias, no importando el tamaño del sistema, ni la posible complicación del mismo; podemos establecer una ecuación general para todo balance integral (macroscópico) de masa:

$$\left( \begin{array}{c} \text{acumulacion} \\ \text{dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{entrada} \\ \text{por las} \\ \text{fronteras} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{generacion} \\ \text{dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{salida} \\ \text{por las} \\ \text{fronteras} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{consumo} \\ \text{dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right)$$

## Ecuación 2

Es posible realizar balances integrales de masa a sistemas en los que ocurren reacciones químicas, y a sistemas en los que no tienen lugar dichas reacciones, a continuación veremos, el caso en el que no ocurren dichas reacciones, para este caso, dado que no ocurren reacciones, no es posible la generación, ni el consumo de materia al interior del sistema, por lo que la ecuación 2 queda expresada de la siguiente forma:

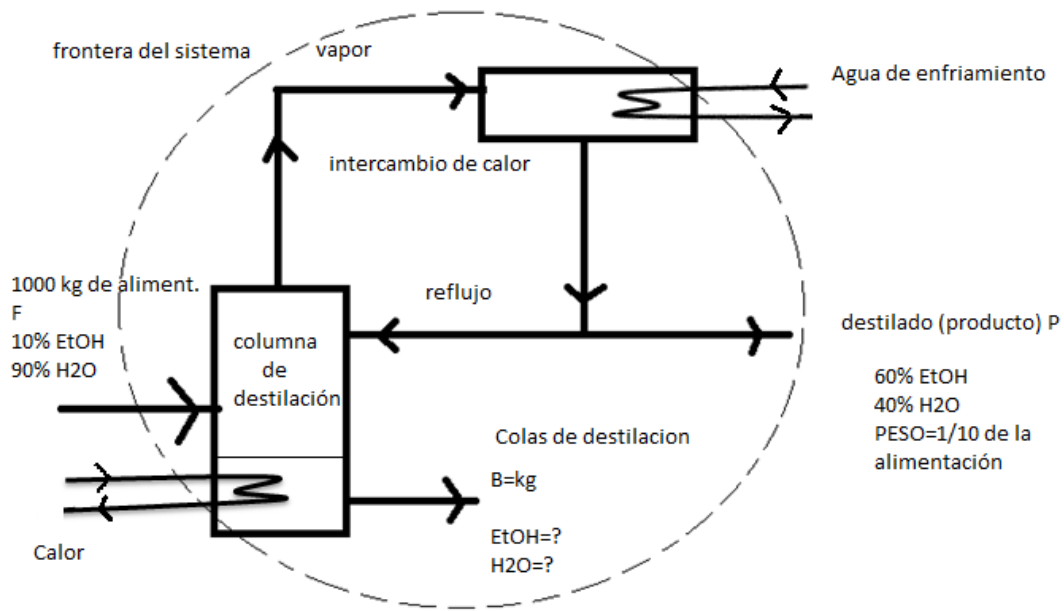
$$\left( \begin{array}{c} \text{acumulacion} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{entrada por las} \\ \text{fronteras del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{salida por las} \\ \text{fronteras del sistema} \end{array} \right)$$

## Ecuación 3

Veamos el siguiente ejemplo:

En una industria en la que se fabrica alcohol por gasohol, se han tenido ciertos problemas últimamente con una columna de destilación. Los técnicos afirman que se está perdiendo demasiado alcohol en los desperdicios de destilación; con base en la figura mostrada a continuación calcule la composición de los desperdicios y cuanto alcohol se está perdiendo en los mismos.





**Figura 1**

Grafica obtenida de Principios Básicos y Cálculos en Ingeniería Química, Himmelblau D.

Solución:

Evaluaremos todo el sistema que esta contenido dentro de la frontera, con el fin de ignorar los posibles flujos internos. Llamaremos  $w$ , a la fracción másica, y se hará la suposición de que el proceso ocurre en estado estacionario, dado que no hay reacción, ni acumulación la ecuación 3, se reduce a:

$$\left( \begin{array}{c} \text{entrada por las} \\ \text{fronteras del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{salida por las} \\ \text{fronteras del sistema} \end{array} \right) = 0$$

Teniendo en cuenta que la base de cálculo es  $F=1000$  kg, y que  $P$  es un décimo de  $F$ , tenemos que el valor numérico de  $P$  es 100 kg.

Dado que:

$$B = F - P = 1000\text{kg} - 100\text{kg} = 900\text{kg}$$

Ahora realizamos el balance de materia para cada compuesto:

<b>Componente</b>	<b>kg de alimentación</b>	<b>kg de destilado</b>	<b>kg de desperdicio</b>	<b>Porcentaje</b>
<b>EtOH</b>	0,1(1000)	0,6(100)	40	4,4
<b>H<sub>2</sub>O</b>	0,90(1000)	0,4(100)	860	95,6
		<b>TOTAL</b>	<b>900</b>	<b>100</b>

Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, se resuelven la mayoría de los problemas de este caso, este tipo de balances suele presentarse mucho en la separación por membranas, destilación, operaciones de mezclado sin reacción, secado, cristalización, entre otros.

Sin embargo, así como hay muchos procesos que no involucran reacciones, hay otros que sí, y a estos procesos o sistemas, también se le pueden aplicar balances integrales de masa, tal como veremos a continuación, la diferencia con respecto a la ecuación 3, de este caso, radica en que para este tipo de sistemas, hay generación y consumo, por lo que la ecuación para este caso queda expresada de la misma forma que la ecuación 2.

Para el estudio de estudio de estos sistemas, repasaremos algunos términos que son bastante usados en este tipo de problemas, entre estos términos encontramos análisis en base seca o de Orsat, oxígeno o aire teórico, oxígeno o aire en exceso y gas de chimenea o gas residual de combustión.

- Análisis en base seca o de Orsat: es un análisis que muestra todos los gases que se obtienen luego de un proceso de combustión, a excepción del vapor de agua.
- Oxígeno o aire teórico: puede entenderse como la cantidad de oxígeno o aire que debe ser suministrada a un determinado proceso para que ocurra una combustión completa.

- Oxígeno o aire en exceso: puede definirse como la cantidad de oxígeno o aire que debe ser suministrada al proceso para que se dé una combustión completa.
- Gas de chimenea o gas residual de combustión: este término hace referencia a todos los gases obtenidos mediante un proceso de combustión, incluido el vapor de agua.

Los balances integrales de masa en sistemas en los que ocurren reacciones químicas, suelen ser de mucha importancia, para el diseño de reactores, calderas, hornos, entre otros.

¿Por qué es importante para un ingeniero químico, conocer sobre los balances de masa? Porque estos son la base del diseño de las plantas industriales y de reactores, además permiten controlar y prever el desarrollo de los procesos.

Además, mediante un buen balance macroscópico de masa, es posible determinar la cantidad de materiales que se necesita suministrar a un proceso, para su óptimo desarrollo, el rendimiento o eficiencia del mismo, entre otros factores de igual importancia, es por esto que los balances integrales de masa son parte primordial de la ingeniería química.

¿Para qué se hace un Balance integral de masa?, un balance integral de masa generalmente se hace para determinar los requerimientos de materiales ya sea, de un proceso, un equipo o una planta completa, para determinar la eficiencia del proceso y para garantizar que los equipos de operación no sean cargados con material innecesario.

¿Cuándo hacer un balance macroscópico de masa?, se puede hacer durante cualquier etapa del proceso, por ejemplo, si se hace antes de iniciar el mismo, su objetivo será determinar con qué cantidad de materias primas, se obtiene x cantidad de productos.

## APLICACIÓN DE BALANCE DE MATERIA

Para las operaciones unitarias el balance de masa se hace imprescindible, para el control del proceso para verificar la eficiencia y eficacia del proceso, podemos verificar las variables que afectan un sistema dependiendo como se desarrolle el proceso

En la aplicación en procesos industriales trabajan según diversos reactores o dispositivos que se encuentran acoplados en unidades o etapas, conectadas entre sí de forma que los materiales que se someten a procesamiento pasan sucesivamente a través de cada etapa. Generalmente en un sistema binario las corrientes circulan en contracorriente a través del equipo; en cada etapa, se ponen en contacto, se mezclan y se separan; conocidos comúnmente como cascadas

El funcionamiento de estos y cualquier otro equipo en este tipo de operaciones depende de que a la entrada de cada etapa exista un desequilibrio, para que la transferencia de masa se dé por la fuerza impulsora provocada por la búsqueda de tal equilibrio, aunque claro está que al final de la etapa o unidad no se llega al equilibrio deseado se busca el más alto posible, y es la eficiencia del equipo y la eficacia con que sucede la transferencia de masa entre las fases.

Una de las grandes aplicaciones es la línea de operación que es una guía que nace a partir de los balances macroscópicos de materia y energía, esto se aplica a muchos tipos de operaciones y procesos desarrollados en la industria.

Un ejemplo que mostraremos de forma sencilla es la absorción de gases, la cual puede ser más profundizada en un libro de operación unitarias, la cual también se puede aplicar a otros grandes procesos como la destilación, lixiviación, secado entre otros muchos más.

La absorción de gases consiste en atrapar un vapor más o menos soluble en un líquido, se usa para separar el vapor más o menos soluble de la mezcla de gases ya sea este vapor el elemento deseado o indeseado. Una aplicación es la eliminación de  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{S}$  presentes en el gas natural o de síntesis por medio de la absorción en soluciones de aminas o alcalinas, la recuperación del amoníaco y otras más. Por el contrario, cuando se extrae el soluto del líquido con un gas inerte en contacto con la solución, que sería la operación inversa a la absorción, se conoce como desorción de gases o eliminación

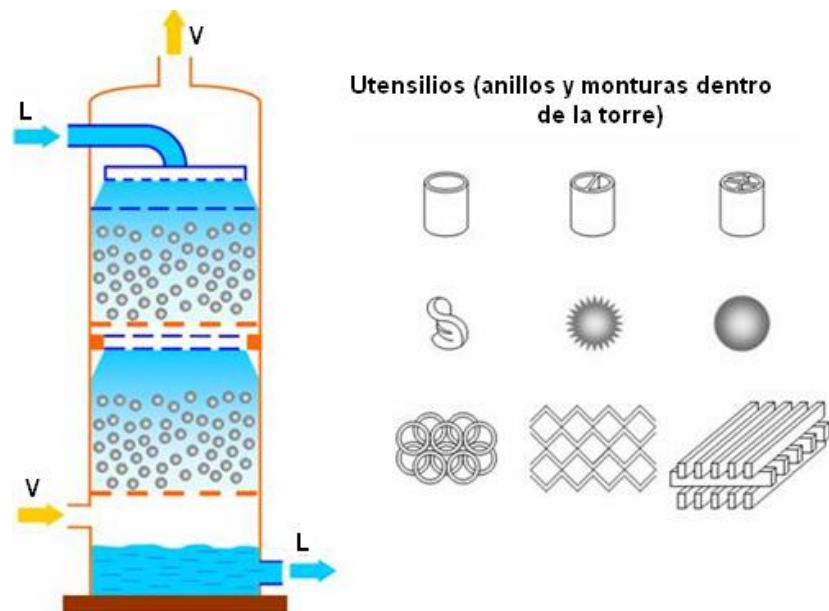


Figura 2

### Balances de materia

Para una planta de contacto diferencial como la de la figura, las variaciones de composición son continuas desde los extremos. Supongamos entonces una porción de la columna por encima de una sección arbitraria

Balance total de materia:

$$L_b + V = V_b + L$$

Para el componente B:

$$L_b x_b + V y = V_b y_b + L x$$

Donde

V = velocidad de flujo molar de la fase gaseosa.

L = velocidad de flujo molar de la fase líquida.

x e y son las concentraciones correspondientes a la fase líquida y gaseosa respectivamente

Para un balance global de materia, con base en los extremos son:

Balance total de materia:

$$L_b + V_a = L_a + V_b$$

Para el componente B:

$$L_b x_b + V_a y_a = L_a x_a + V_b y_b$$

La ecuación conocida como ecuación de línea de operación se deduce de la anterior ecuación dando como resultado la relación entre x e y en cualquier punto de la columna

$$y = \frac{L}{V} x + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V}$$

Para verificar que el proceso se pueda llevar a cabo se compara la grafica de línea de producción con la línea de equilibrio tal como se muestra en la siguiente grafica, donde la línea de operación debe estar sobre la línea de equilibrio para que exista la fuerza impulsora  $y-y^*$

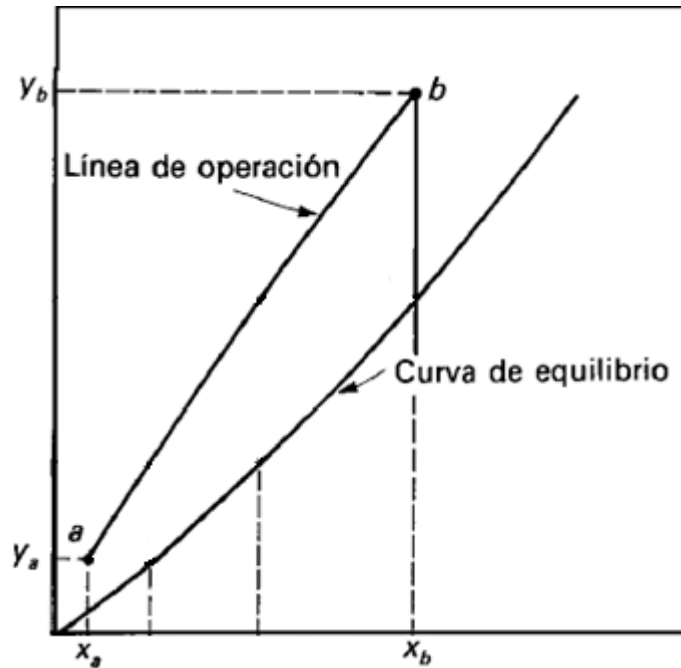


Figura 3

Podemos entonces conocer las composiciones globales del líquido y el vapor en cualquier posición del equipo, o sus flujos, la curvatura de la línea se debe a la disminución de velocidad de flujo de gas por la absorción de vapor y un aumento en el flujo de líquido.

El diseño se basará primordialmente en la velocidad de flujo y en la cantidad de etapas que se necesitan, según la literatura para mezclas diluidas, cuya concentración está debajo de 10% de gas soluble, el efecto de las variaciones del flujo total generalmente se ignora y solo se basa en un flujo promedio.

La velocidad de absorción por unidad de volumen de la columna empacada se determina por cualquiera de las siguientes ecuaciones, donde  $x$  e  $y$  se refieren a la fracción mol del líquido y vapor.

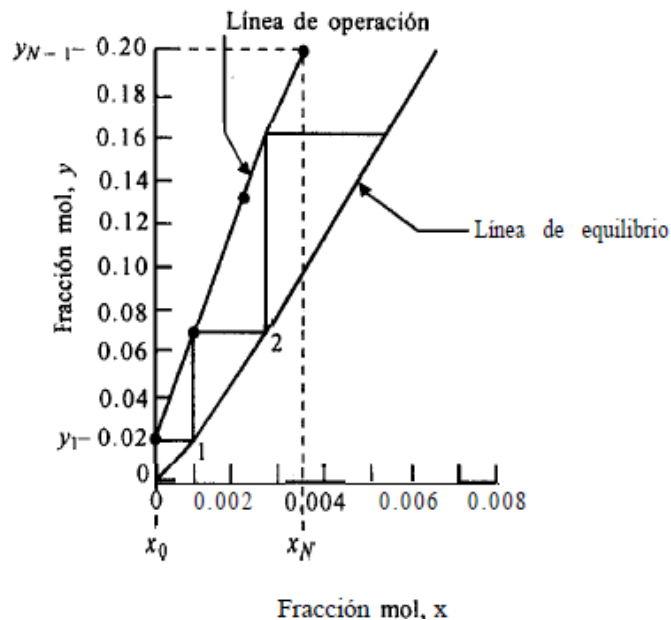
### **Absorción de SO<sub>2</sub> en una torre de platos**

Se desea diseñar una torre de platos para absorber SO<sub>2</sub> de una corriente de aire mediante agua pura a 293 K. El gas de entrada contiene 20% de moles de SO<sub>2</sub> y el de salida 2% de moles a una presión total de 101.3 kPa. El gasto del aire inerte es de 150 kg de aire/h . m<sup>2</sup> y la velocidad de flujo del agua de entrada es 6000 kg de agua/h . m<sup>2</sup>. Suponiendo una eficiencia total de los platos de 25/ 0, Lcuántos platos teóricos y cuántos reales se necesitan? Suponga que la torre opera a 293 K.

**Solución:** Se calculan primero las velocidades molares de flujo,

$$V' = \frac{150}{29} = 5.18 \text{ kg mol de aire inerte/h} \cdot \text{m}^2$$

$$V' = \frac{6000}{18} = 333.3 \text{ kg mol de agua pura/h} \cdot \text{m}^2$$



**Figura 4, Número teórico de platos para la absorción de SO<sub>2</sub>**



Con respecto a la figura,  $y_{N+1} = 0.20$ ,  $y_1 = 0.02$  y  $x_0 = 0$ .

Sustituyendo en la ecuación

$$333.3 \left( \frac{0}{1-0} \right) + 5.18 \left( \frac{0}{1-0.2} \right) = 333.3 \left( \frac{x_N}{1-x_N} \right) + 5.18 \left( \frac{0}{1-0.02} \right)$$

Obteniendo  $x_N = 0.00355$

Usando los datos de V' y L'

$$333.3 \left( \frac{0}{1-0} \right) + 5.18 \left( \frac{y_{N+1}}{1-y_{N+1}} \right) = 333.3 \left( \frac{x_N}{1-x_N} \right) + 5.18 \left( \frac{0}{1-0.02} \right)$$

Para graficar la línea de operación es necesario calcular varios puntos intermedios. Sea que  $y_{N+1} = 0.07$  y sustituyendo en la ecuación de la línea de operación.

$$333.3 \left( \frac{0}{1-0} \right) + 5.18 \left( \frac{0.07}{1-0.07} \right) = 333.3 \left( \frac{x_N}{1-x_N} \right) + 5.18 \left( \frac{0}{1-0.02} \right)$$

Por consiguiente,  $x_N = 0.000855$ . Para calcular otro punto intermedio, se establece que  $y_{N+1} = 0.13$ , por lo que el cálculo de  $x_N$  da como resultado 0.0020. Los dos puntos finales y los

dos puntos intermedios de la línea de operación se grafican en la figura N junto con los datos de equilibrio obtenidos del Apéndice N. La línea de operación tiene cierto grado de curvatura.

El número de platos teóricos se determina con estimaciones sucesivas ascendentes de las etapas y se obtienen 2.4 platos teóricos. El número real de platos es

$$\frac{2.4}{0.25} = 9.6$$

Ejemplo tomado de Procesos de Transporte y operaciones unitarias

## LEY DE FICK

Muchas veces no conocemos el funcionamiento de muchos fenómenos que ocurren frecuentemente en nuestras vidas y a veces nos preguntamos ¿Por qué suceden?, uno de estos fenómenos es explicado por la ley de la difusión establecida por Fick; antes de abordar esta ley, es necesario que visualicemos un ejemplo práctico y sencillo, cuando estamos en un cuarto o recinto cerrado y se abre un frasco de colonia, dependiendo el tamaño del lugar, el olor se esparce es decir se difunde, rápidamente por el aire, además podemos ver otra dependencia de este fenómeno y es la cantidad de colonia disuelta en el aire es decir su concentración, este fenómeno también lo podemos observar con otras soluciones de nuestra vida diaria, como por ejemplo cuando se disuelve el café en agua caliente vemos como el color se va difundiendo en el agua hasta volverla homogénea con su color característico y lo mismo muchas otras sustancias caceras.

Luego de haber colocado estos pequeños ejemplos; podemos ahora si dar una generalización de la ley anteriormente mencionada.

La ley de difusión de Fick, se define como “La rapidez de difusión por unidad de área de sección transversal en una dirección determinada es proporcional al cambio de la concentración del soluto en esa dirección” <sup>[1]</sup> o lo que es lo mismo la rapidez de difusión por unidad de área de sección transversal en una dirección es proporcional al gradiente de la concentración de soluto en dicha dirección.

El anterior postulado puede expresarse como en la ecuación 4.

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

Ecuación 4

Donde  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$  es la masa del soluto que se difunde a lo largo de esa dirección por unidad de tiempo, A es el área de la sección transversal, C es la concentración del soluto (que se supone constante sobre cualquier sección transversal del tubo), D es el coeficiente de difusión, y  $\frac{\Delta C}{\Delta x}$  se llama gradiente de concentración.

Podemos entonces decir que en “un sistema termodinámico conformado por dos componentes, donde existe un gradiente de concentración se originara un flujo irreversible de materia de soluto de la parte de la solución con mayor concentración hacia la de menor concentración, y por otra parte el solvente ira de menor concentración a mayor concentración”<sup>[2]</sup>, así para un sistema multicomponentes será igual considerando el de mayor concentración al solvente; a partir de lo anterior deducimos que para que haya una transferencia de cantidad de materia es necesario que haya estrictamente un diferencial de concentración, así este diferencial se considerara la fuerza impulsora necesaria para que este fenómeno se presente.

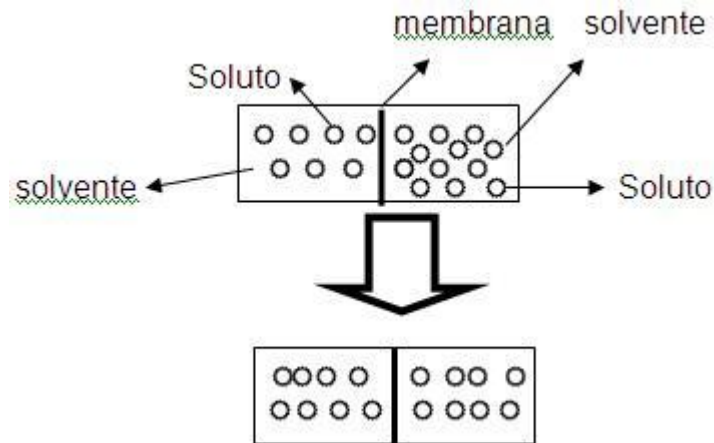
Hay que tener en cuenta algo muy importante que la difusión es el proceso que se debe a un gradiente de concentración, y que la transferencia de masa también existe por gradiente de actividad como en la osmosis inversa, mientras que el flujo másico como transporte de fluidos en algunos equipos se debe a un gradiente de presión y no debe ser confundido con la transferencia de masa por difusión. Un gradiente de temperatura o por aplicación de un fuerza externa, pero que no se pueden explicar mediante la ley de Fick por lo que no se explicaran.

Estrictamente hablando, la concentración quiere decir masa por unidad de volumen, aunque no solo existe este tipo de concentración, pues también puede expresarse en vez de unidad de masa, unidad de sustancia como el mol, además de las fracciones molares y másicas.

Pero como entendemos esa ecuación, si tenemos un área perpendicular a la dirección que tome el flujo másico, podemos tener un frente o infinitos, por simplicidad tomaremos un frente por cada eje axial dependiendo la geometría o las direcciones que tenga el flujo.

Para hacer más sencillo el entendimiento de la ley de Fick, miremos un ejemplo más: Si se vierte una disolución concentrada de azúcar en un recipiente que contiene agua, la mezcla se hace gradualmente homogénea mediante la difusión de las moléculas del soluto en la región del agua pura y la difusión de las moléculas de agua en sentido opuesto. Si en lugar de colocar la disolución de azúcar directamente en el agua, la separamos físicamente de ésta por una capa de papel pergamino separando la solución en dos con diferentes concentraciones, se impide la difusión del soluto. Se dice que el papel es impermeable al soluto, en este caso el azúcar. Las moléculas de agua, sin embargo, pueden difundirse libremente en sentido opuesto, y debido a esto la solución se homogeniza igualando las concentraciones. Se dice que el papel pergamino es una membrana semipermeable, lo interesante es que nos encontramos con un material que no está hecha del material solvente (material contenedor) ni del material disuelto (soluto) sino de un material diferente, que separa a la solución pero dejando con concentraciones diferentes la solución y que dicha superficie es conocida como membrana, como lo muestra la Figura F.1, esta pequeña frontera puede ser de 4

formas, impermeable [sin difusión], permeable al solvente o al soluto [difusión selectiva], o permeable a ambos [difusión normal].



**Figura 5**

Esquema de una solución con diferentes concentraciones dividida por una membrana.

Podemos ver que el fenómeno sucede de igual forma con la membrana, podemos aliviar en algunos casos entonces imaginando una membrana superficial móvil como la frontera de los subsistemas desde donde existe la difusión, y podemos así tratar de simplificar la dirección del flujo.

Para hacer sencillo el manejo del proceso de la difusión se pueden clasificar en cuatro tipos de situaciones dependiendo el flujo resultante y la naturaleza de la difusión

- Cuando existe solo transferencia de un solo compuesto desde o hacia la interfaz, entonces el flujo total es el mismo del compuesto que se difunde. Es el caso de la difusión selectiva y absorción de un gas en líquido.

- En la difusión el flujo molar de un componente es igual pero en dirección contraria flujo del otro componente, así el flujo molar neto es cero, es el caso de la destilación donde el flujo neto volumétrico es igual a cero, y que generalmente en la fase líquida se considera despreciable.

- La difusión de los componentes es opuesto pero diferentes flujos molares, esto sucede generalmente con componentes reactivos que van hacia o desde una superficie catalítica

- La difusión de los componentes -o la mayoría en su defecto- es en la misma dirección pero de diferentes flujos.

En la naturaleza se da también este fenómeno de forma sencilla y la cual permite regular la vida en la tierra, como es la difusión del oxígeno en pequeñas cantidades del aire hacia el agua, y muchos que cotidianamente observamos.

También en muchos procesos industriales sucede este fenómeno en los líquidos, sólidos y gases como son la absorción de un gas en un líquido, o en una extracción de sólidos en líquidos, la lixiviación, el dopado de los semiconductores para transistores y otras muchas aplicaciones.

Generalmente el espaciado molecular es un factor que afecta la razón de difusión, en donde mayor espacio entre moléculas mayor será la razón de esta, cumpliéndose que la razón de difusión en gases es mayor que en líquidos y mucho mayor que en los sólidos.

Actualmente en el mundo ingenieril, empezando por la ingeniería química se desarrolla la simulación de procesos que hoy en día es algo imprescindible en la industria, porque se economiza la investigación e innovación en plantas de procesos donde se prueba si un proceso es viable, de donde nace la necesidad de obtener datos experimentales y que motiva la investigación, dando un auge a los modelos matemáticos, en nuestro caso los modelos de difusión se contrastan constantemente con la ley de Fick, modelos modificadores de dicha ley para procesos especiales, en donde se estudia a fondo la cinética del proceso, donde

entran en juego las variables que afectan el proceso, así para procesos en deshidratación osmótica, hidratación obsidiana e incluso procesos alimenticios como el comportamiento en rebanadas de fruta, laminas de pescado como la sardina, y de lo cual podemos encontrar mucha información en este caso hablaremos un poco de la transferencia de masa en la deshidratación osmótica a presión atmosférica “el cual se modela generalmente con la ecuación de Crank como solución a la ley de Fick. Otras formas de resolver esta ley es mediante modelos empíricos que se basan en ajustes polinomios, balances de materia y relación entre variables, como lo muestra la siguiente tabla

Estudio de variables que afectan la transferencia de masa. \*(1) concentración de la disolución osmótica, (2) temperatura, (3) tiempo de inmersión, (4) estructura (porosidad) del material, (5) geometría (tamaño, forma y área superficial, (6) naturaleza del soluto, (7) presión, (8) agitación y (9) Relación disolución-producto.

<b>Factor</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>Autor</b>									
<b>Panagiotou(1998)</b>	*	*	*		*				*
<b>Sereno(2001); Septura(2001); Kaymok-Erteki(2000); Biswal(1992)</b>	*	*	*			*			
<b>Moreira (2003)</b>	*	*	*						*
<b>Barat</b>	*	*	*					*	
<b>Sablani (2003); Van-Niewenhuijzen (2001); Madamba (2002); Rahman(2001)</b>	*	*	*		*				
<b>Mújica-Paz(2003B)</b>	*		*	*				*	
<b>Mújica-Paz(2003A)</b>			*	*				*	
<b>Mavroudis (1998)</b>			*	*					*
<b>Azuara (1996)</b>			*			*			*
<b>Salvatori (1999)</b>		*	*			*			
<b>Parjoko (1996); Park (2002); Rastogi (2004); Burhan-Uddin(2004); Rastogi (1997a); Rastogi (1997b)</b>	*	*	*						
<b>Moreno (2004); Rastogi (1996) Azuara (2002)</b>			*					*	
<b>Giraldo (2003)</b>	*		*						
<b>Kowalska (2001)</b>			*	*					
<b>Emam-Djomech (2001)</b>			*			*			

Tomada de: Modelos matemáticos de transferencia de masa en deshidratación osmótica<sup>[3]</sup>

La cual muestra solo algunos de los modelos empleados dependiendo las variables que se necesiten estudiar y controlar.



## BALANCE MACROSCÓPICO DE ENERGÍA

En los procesos industriales se busca el mayor desempeño que pueda dar un proceso para así poder cumplir con los objetivos que nos plantea la optimización de dichos procesos, los balances de energía permiten establecer de que manera aprovechar la energía que un proceso está perdiendo con el fin de establecer medidas que nos permitan mejorar la eficiencia del proceso; el principio fundamental de estos balances es el hecho de la conservación de la energía, haciéndonos ver que la energía que entra es igual a la que sale, sin importar de qué forma salió o entro.

Al realizar estos balances, nos topamos con varias formas en las que se presenta la energía y que han sido definidas para un mejor análisis energético de los procesos, por esta razón antes de poder entrar a hacer balances de energía debemos tener presente varios conceptos que se deben tener con claridad para poder desarrollar un buen balance de energía, como lo son:

- Sistema.
- Trabajo.
- Energía cinética.
- Energía potencial.
- Calor.
- Energía interna.
- Entalpía.

### SISTEMA

Es un segmento de equipo especificado arbitrariamente y en el cual se encuentra nuestra prioridad de estudio, teniendo en cuenta que el sistema está limitado por

líneas imaginarias las cuales se llaman *fronteras*, que necesariamente no tiene que concordar con las paredes del recipiente o equipos a los que se esté haciendo un análisis.

Para poder hacer un balance de energía debemos tener presente cuales son las propiedades con las que cuenta el sistema, las cuales son necesarias para poder realizar el análisis con el fin de determinar cada una de las propiedades que tiene este.

Así para evaluar cuanta energía está ganando o perdiendo el sistema, o más aun para saber qué energía posee el sistema es necesario realizar un balance de energía, por lo tanto hay que hacer un análisis energético de dicho sistema.

El análisis energético de un sistema se hace con respecto a la energía que este manifestándose en el sistema, ya sea él quien lo ejerza o que sea ejercido sobre él; sabemos que la energía no se crea ni se destruye, solo se transforma, por lo cual hay seis tipos de formas en las que se presenta la energía a analizar, que son el trabajo, la energía cinética, la energía potencial, el calor, la energía interna y la entalpia.

## TRABAJO

Comúnmente representado la letra  $W$ , representando así el trabajo total. El trabajo representa una transferencia de energía entre el sistema y el entorno, el trabajo no se almacena, pero es producido por un sistema si la fuerza mecánica de éste es capaz de mover a las fronteras.

De esta manera, la expresión matemática que explica el trabajo es

$$W = \int_{\text{estado 1}}^{\text{estado 2}} F dS \quad \text{Ecuacion 5}$$

Donde  $F$  es una fuerza externa que se mueve una distancia  $S$  y que actúa sobre el sistema (o viceversa).

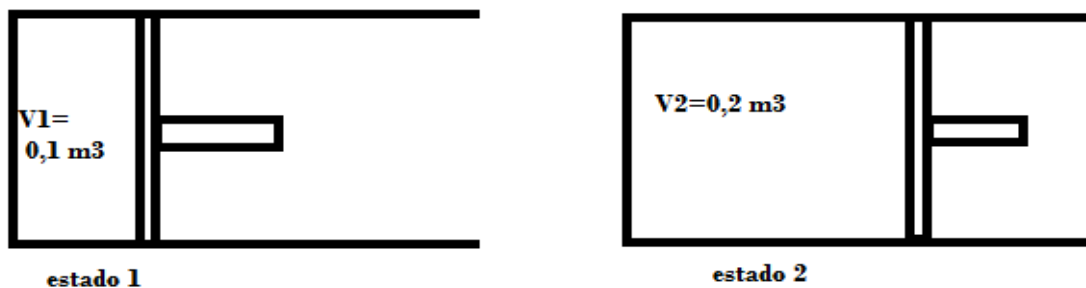
Muchas veces la determinación de la cantidad de trabajo mecánico realizado o recibido por un sistema puede ser difícil de calcular, ya que es posible que no sea fácil definir el desplazamiento realizado, además que el trabajo realizado entre un estado inicial y uno final puede tomar un valor diferente dependiendo de la trayectoria tomada entre los dos puntos, lo que nos indica que el trabajo no solo depende del estado inicial y final del sistema, sino también de la trayectoria tomada.

Ejemplo [8]:

Considere un gas ideal a 300 K y 200 kPa que se encuentra confinado en un cilindro mediante un pistón sin fricción, y que el gas se empuja lentamente al pistón de modo que el volumen del gas se expande de 0,1 a 0,2 m<sup>3</sup>. Con base en la figura calcule el trabajo realizado por el gas en el pistón, si se siguen dos caminos distintos para ir del estado inicial al estado final:

Trayectoria A: la expansión se realiza a presión constante.

Trayectoria B: la expansión se realiza a temperatura constante



Solución

Considerando un proceso ideal, y que el pistón no tiene fricción, el gas es el sistema, el trabajo mecánico realizado por el sistema vendrá dado por:

Trayectoria A

$$W = \int_{\text{estado 1}}^{\text{estado 2}} \frac{F}{A} \cdot AdS = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Integrando la ecuación tenemos

$$W = P(V_2 - V_1)$$

$$W = 200kPa(0,2 - 0,1)m^3$$

$$W = 20kJ$$

Trayectoria B

Despejando la presión de los gases a temperatura constante tenemos

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV$$

Integrando la ecuación tenemos

$$W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Despejando n de la ecuación de los gases ideales a T=300 K tenemos que  
n=0,00802 kg mol

$$W = 0,00802kg \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{J}{kg \text{ mol} K} * 300K \ln\left(\frac{0,2}{0,1}\right)$$

$$W = 13,86kJ$$

Estos 2 resultados serian la cantidad de energía ganada por los alrededores.

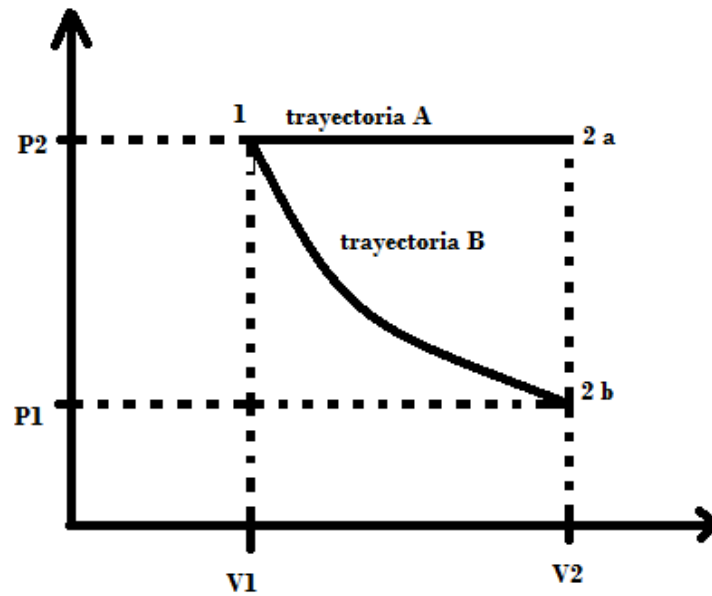


Figura 6

La figura representa un proceso cualquiera que requiere llegar de un punto 1 a un punto 2, y se pueden ver 2 maneras por las cuales llegar, por medio de la evaluación del trabajo y la necesidad que se tenga (si es de generar trabajo o consumirlo) se podrá elegir el mejor camino.

#### ENERGIA CINETICA

Esta energía se representa en ingeniería con la letra  $K$ . Está representada a la energía que posee un sistema en función de su velocidad relativa que se encuentra determinado con respecto al entorno que se encuentra en reposo.

La expresión matemática que hace explícito el concepto de energía cinética es

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Ecuación 6}$$

Dónde:

$v$ : Velocidad relativa del sistema.

$m$ : Masa del sistema en movimiento.

También se utiliza la energía cinética por unidad de masa:

$$\hat{K} = \frac{1}{2} v^2 \quad \text{Ecuacion 7}$$

Ejemplo[9]:

Se bombea de un tanque de almacenamiento a un tubo con un diámetro interno de 3,5 cm a razón de 0,002 m<sup>3</sup>/s. ¿Cuál es la energía cinética específica del agua?



Solución

Suponiendo la densidad del agua como 1000kg/m<sup>3</sup>

$$v = \frac{\dot{v}}{A}$$
$$v = \frac{0,002 \frac{m^3}{s}}{\pi * 0,0175m^2} = 2,08 \frac{m}{s}$$

$$\hat{K} = \frac{\left(2,08 \frac{m}{s}\right)^2}{2} = 2,16 \frac{m^2}{s^2} \equiv \frac{J}{kg}$$

ENERGIA POTENCIAL

Esta energía es simbolizada con la letra  $E_p$ . Está representa a la energía que posee un sistema en función de la fuerza ejercida por un campo gravitacional o electromagnético sobre él, teniendo como referencia una superficie.

La expresión matemática que referencia a la energía potencial es:

$$E_p = mgh \quad \text{Ecuacion 8}$$

Dónde:

$g$ : Aceleración de la gravedad.

$m$ : Masa del sistema en movimiento.

$h$ : Distancia entre la superficie de referencia y el sistema

## CALOR

Este concepto es simbolizado con la letra  $Q$ . El calor en su concepción más sencilla significa “energía en tránsito”, ya que esta es la energía que se transfiere de un cuerpo a otro mientras que estos se encuentren a diferentes temperaturas. La segunda ley de la termodinámica que nos habla de la espontaneidad, nos dice que esta energía fluye del cuerpo que tenga una mayor temperatura a un cuerpo que tenga menor temperatura, lo que nos lleva a pensar en la temperatura como la fuerza impulsora de esta energía, y mientras la diferencia de temperaturas de los cuerpos sea más alta, mayor va a ser su transferencia; cuando la diferencia de temperaturas es cero, no hay transferencia de energía por lo que su calor es igual a cero y nos lleva a la conclusión de que esta energía no se almacena en los cuerpos, y por el contrario siempre está en tránsito, mientras haya una diferencia de temperaturas.

Hay varias expresiones matemáticas que hacen claro este concepto, una de esas expresiones tienen que ver mucho con la energía que es necesaria para aumentar en un grado de temperatura una cantidad de masa (capacidad calorífica).

$$Q = m \int_{T_1}^{T_2} C dT \quad \text{Ecuacion 9}$$

Donde:

$m$  es la masa de la sustancia.

$C$  es la capacidad calorífica de la sustancia

$T$  es la temperatura

También están las dos ecuaciones que expresan al calor, cuando la presión es constante y cuando el volumen es constante:

$$Q = \Delta U = m \int_{T_1}^{T_2} C_V dT \quad \text{Ecuacion 10}$$

Y

$$Q = \Delta H = m \int_{T_1}^{T_2} C_P dT \quad \text{Ecuacion 11}$$

Donde:

$m$  es la masa de la sustancia.

$C_V$  es la capacidad calorífica de la sustancia a volumen constante

$C_P$  es la capacidad calorífica de la sustancia a presión constante.

$T$  es la temperatura.

Otras de las expresiones que hablan del calor, son todas las que presenta la transferencia de calor a través de la ley de Fourier, que habla de cuanto cantidad de energía es capaz de transmitir un objeto, entre otras.

$$\dot{Q} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{Ecuacion 12}$$



Donde:

$\dot{Q}$  es el calor transferido por unidad de tiempo.

$k$  es la conductividad térmica del material.

$T$  es la temperatura.

$A$  es el área transversal del material.

$x$  es el espesor del material

## ENERGIA INTERNA

Esta energía es simbolizada por la letra U. Esta energía representa la suma de todas las energías que se manifiestan de manera microscópica (energía molecular, energía atómica, subatómica, <cinética y potencial>).

Puesto que está energía macroscópica es una manera de cuantificar las energías microscópicas, no hay instrumentos que sirvan para medir esta energía directamente, pero puede ser calculada a través de otras variables que si pueden medirse macroscópicamente como lo son la temperatura, la presión, el volumen y la composición.

Para poder calcular la energía interna por unidad de masa se tiene en cuenta que es una propiedad de estado, lo que matemáticamente se representa como un diferencial exacto, y para un componente puro, según la regla de las fases, se tiene que necesariamente conocer por lo menos 2 variables intensivas, si el componente se encuentra en una sola fase.

$$F = C - P + 2$$

$$F = 1 - 1 + 2 = 2$$

La regla de las fases muestra la necesidad de conocer solo 2 variables para conocer las demás propiedades, por la facilidad en las que son determinadas, las variables más usadas son la temperatura y el volumen específico.

Por lo anterior, si decimos que  $\hat{U}$  es función de la temperatura (T) y del volumen específico ( $\hat{V}$ ), expresión matemática que muestra a esta energía es

$$\hat{U} = \hat{U}(T, \hat{V})$$

Derivando esta función tenemos que

$$d\hat{U} = \left( \frac{\partial \hat{U}}{\partial T} \right)_{\hat{V}} dT + \left( \frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{V}} \right)_T d\hat{V}$$

Puesto que es una propiedad de estado no tiene valores absolutos.

Por definición  $\left( \frac{\partial \hat{U}}{\partial T} \right)_{\hat{V}}$  es la capacidad calorífica de la masa a volumen constante y en algunos procesos el segundo término de la ecuación es tan pequeño que se desprecia, luego integrando la ecuación tenemos que

$$\hat{U}_2 - \hat{U}_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT \quad \text{Ecuacion 13}$$

En un sistema que interactúa con el medio, la manifestación de la energía que se está pasando de un sistema a otro presenta un cambio en la energía interna; ese cambio es analizado por la primera ley de la termodinámica, al hacer hincapié en la conservación de la energía, por lo que al hacerle un análisis a un sistema cerrado, se obtiene la siguiente expresión que es válida para cualquier sistema, teniendo en cuenta los cambios causados por el entorno sobre el sistema (o viceversa):

$$\Delta U = \Delta Q + W \quad \text{Ecuacion 14}$$

## ENTALPIA

Esta energía es simbolizada por la letra  $H$ . Esta energía representa la cantidad de energía absorbida por un sistema, además que aparece desde el momento en el

que se empiezan a hacer análisis de procesos a presión constante donde se veía la adición de la energía interna con el producto de la presión y el volumen, mostrando así su expresión matemática:

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) \quad \text{Ecuacion 15}$$

Donde:

$U$  es la energía interna.

$P$  es la presión.

$V$  es el volumen.

Esta energía es una propiedad de estado que tomando como un punto de referencia un valor dado, es característico de cada sustancia, evaluado a la temperatura estándar.

La entalpia en sus expresiones matemáticas, se hace igual al calor suministrado(o cedido) cuando la presión es constante

$$\Delta H = Q = m \int_{T_1}^{T_2} C_p dT \quad \text{Ecuacion 16}$$

Después de tener presente los conceptos anteriores, podemos empezar a desarrollar un buen balance energético, y nos daremos cuenta que el concepto de este balance es similar al concepto que presenta el balance macroscópico de masa.

$$\left( \begin{array}{c} \text{acumulacion} \\ \text{de energia dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{transferencia de} \\ \text{energia hacia el} \\ \text{sistema por el} \\ \text{limite del mismo} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{transferencia de} \\ \text{energia del} \\ \text{sistema por el} \\ \text{limite del mismo} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{generacion de} \\ \text{energia dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{consumo de} \\ \text{energia dentro} \\ \text{del sistema} \end{array} \right)$$

Ecuacion 17

Esta ecuación sirve para hacer un análisis tanto como a una planta completa o solo a una de las maquinas presentes en el proceso, teniendo en cuenta de qué manera se le va realizar este estudio, identificando si el sistema a estudiar se encuentra abierto, o cerrado.

Cuando el sistema se encuentra abierto (transferencia de masa con los alrededores) tenemos presente que:

$$\left( \begin{array}{c} \text{variacion de la} \\ \text{energia del sistema} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{energia total que} \\ \text{entra al sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{energia total que} \\ \text{sale del sistema} \end{array} \right)$$

Ecuación 18

Esta es la expresión más sencilla de este balance, puesto que las energías que pueden actuar en un momento dado pueden ser varias, arreglando la ecuación de la siguiente manera:

$$\Delta(\text{energias de los alrededores}) = \pm Q \pm W$$

$$\Delta(\text{energias del sistema}) = \Delta U + \Delta K + \Delta E_p$$

$$\Delta(\text{energias del sistema}) = \Delta(\text{energias de los alrededores})$$

$$\pm Q \pm W = \Delta U + \Delta K + \Delta E_p$$

Cuando el sistema se encuentra cerrado (sin transferencia de masa con los alrededores) tenemos la siguiente ecuación:

$$\left( \begin{array}{c} \text{energia final} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{energia inicial} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) = (\text{energia neta transferida})$$

Ecuacion 19

Puesto que hay una diferencia de energía en el sistema tenemos que:

$$\Delta(\text{energia dels sistema}) = \left( \begin{array}{c} \text{energia final} \\ \text{del sistema} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{energia inicial} \\ \text{del sistema} \end{array} \right)$$

Y puesto que la energía neta transferida del sistema es igual a la energía interna tenemos que:

$$\Delta(\text{energía del sistema}) = \pm Q \pm W$$

La ecuación a la que hemos llegado, es la demostración que nos presenta la primera ley de la termodinámica.

Los balances de energía no solo son utilizados para ver la cantidad de energía que corre por el sistema, también permite determinar la cantidad de energía que requiere el sistema para un trabajo óptimo, como lo presenta el siguiente ejercicio.

Ejemplo [10]:

Se está comprimiendo aire de 100 kPa y 255 K (estado en el que tiene una entalpía de 489 kJ/kg). La velocidad de salida del aire del compresor es de 60 m/s. ¿Qué potencia (en kW) debe tener el compresor si la carga es de 100 kg/h de aire?



Tomando como base de cálculo 100 kg de aire en 1 hora

Identificamos las energías que se presentan a través del siguiente balance:

$$\Delta E = Q + W - \Delta[(H + K + P)m]$$

Haciendo cero los términos que no se encuentran y los que podemos suponer (en este caso se supone aislamiento)

$$W = \Delta[(H + K)]$$

Calculando los términos tenemos

$$\Delta H = (509 - 489) \frac{kJ}{kg} * 100 kg = 2000 kJ$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} 100kg * \left(60 \frac{m}{s}\right)^2 = 180kJ$$

$$W = (2000 + 180)kJ = 2180kJ$$

Puesto que tomamos como base de calculo 1 hora tenemos lo siguiente.

$$2180k \frac{kJ}{h} * \frac{1h}{3600s} * \frac{1 kW}{1 kJ/s} = 0,605kW$$

El hecho de que la potencia sea positiva significa que lo gana el aire.

## LEY DE FOURIER

El calor es una forma de energía, que se transfiere de un sistema a otro gracias a la existencia de un gradiente de temperatura, esta transferencia, ocurre mediante tres fenómenos, conducción, convección, y radiación; la conducción se rige por la Ley de Fourier, la convección por la Ley del enfriamiento de Newton, y la radiación por la Ley de Stefan-Boltzmann; a continuación estudiaremos la Ley de Fourier, y sus aplicaciones en la transferencia de calor.

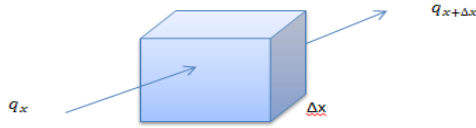
*“La relación básica de flujo de calor por conducción es la proporcionalidad existente entre el flujo de calor y el gradiente de temperatura”*<sup>[4]</sup> esta relación fue dada por J. Fourier quien la expresó en su libro sobre transferencia de calor, la siguiente expresión es la utilizada para el flujo estacionario unidimensional en la dirección x:

$$\frac{dq}{dA} = -k \frac{dT}{dx} \quad \text{Ecuacion 20}$$

“Donde q representa la transferencia de calor, k representa la conductividad térmica del material, y la razón  $\frac{dT}{dx}$ ; representa el gradiente de temperatura en la ubicación x, y el signo negativo que aparece en la ecuación obliga a que la transferencia de calor en la dirección positiva de x sea una cantidad positiva”<sup>[5]</sup>

¿Cuándo usar la Ley de Fourier? Es recomendable usar la ley de Fourier cuando se requiera describir el fenómeno de transferencia de calor por conducción.

Tenemos que la razón de transferencia de calor viene dado por un diferencial de temperatura con respecto a la dirección en que se mueve como sabemos siempre la transferencia se da de una mayor temperatura a una menor por lo anterior en la siguiente figura mostramos la cantidad de calor que atraviesa un volumen diferencial dado.



**Figura 7**

Tenemos que la transferencia de calor es debido a un gradiente de temperatura y cuyo factor de proporcionalidad es la conductividad térmica esta será definido a continuación.

La conductividad térmica se define como una propiedad de la materia y tiene una estricta relación con la temperatura; es decir la conductividad termina es función de la temperatura aunque en muchos casos por cuestiones de cálculo se toma constante. La conductividad térmica se define como la cantidad de energía por unidad de tiempo que se transfiere de un punto a otro a través de material por unidad de longitud.

Cabe destacar que la transferencia de calor por conducción se da debido al diferencial de temperatura, entonces surge una pregunta ¿Por qué el signo negativo de la ecuación?

La respuesta a esta pregunta viene dado con el siguiente ejemplo supongamos que en cierto momento un cuerpo a una mayor temperatura posee una cantidad de energía que mantiene constante la temperatura, luego de cierto tiempo el cuerpo se somete a un fluido con una temperatura menor; a medida que el tiempo transcurre el cuerpo va disipando esa energía y el fluido gana la energía que pierde el sistema de referencia que es el cuerpo, entonces la parte del cuerpo que está en contacto con el fluido está cediendo la cantidad de energía que posee, hasta el punto en que llegan a una temperatura de equilibrio, y ha terminado de ceder la cantidad de calor que es capaz de transmitir para el gradiente dado. Entonces ahora si procedemos a responder la pregunta que anteriormente



habíamos formulado; analizando que el cuerpo inicialmente tenía una temperatura

Superficie	Calor
------------	-------

mayor, luego de un tiempo perdió energía bajando su temperatura y conociendo que el  $\Delta T = T_f - T_0$ ; vemos que este diferencial es negativo es por esta razón el signo de la ecuación de transferencia de calor por conducción.

Habiendo respondido las preguntas abordemos más sobre la transferencia de calor por conducción; esta puede darse a través de una superficie con un diferencial de temperatura, esta puede predecirse dependiendo de la superficie por la que está sucediendo este fenómeno, en la mayoría de casos esta transferencia se estudia en placas, esferas y cilindros, para cada caso hay un modelo matemático que explica este fenómeno.

Superficie	Ecuación general de difusión de calor
Pared plana	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{E}{k} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial T}{\partial t} :$
Cilindro	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{E}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
Esferas	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2} + \frac{E}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$

Pared plana	$Q_x = -k A \frac{\partial T}{\partial x}$
Cilindros	$Q(r) = -2 \pi r L k \frac{dT(r)}{dr}$
Esferas	$Q = -k A \frac{\partial T}{\partial \rho} = -k 4 \pi \rho^2 \frac{\partial T}{\partial \rho} :$

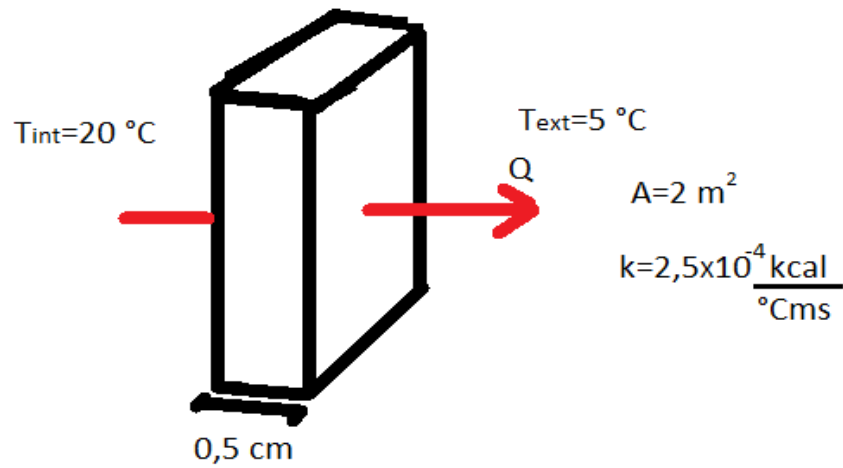
Antes de abordar cada transferencia dependiendo de la superficie, hablemos un poco de las variables que maneja la ecuación o el principio fundamental de la transferencia por conducción, en estos momentos ya hemos hablado de la conductividad térmica y del gradiente de temperatura, también hablamos de la superficie en cuestión, pero no hemos abordado de como maximizar la transferencia de calor o de como disminuir en su caso dicho fenómeno; es por tanto que es necesario establecer ¿cómo podríamos maximizar la transferencia de calor por conducción?, es posible, realizando ciertas modificaciones al proceso o al equipo según sea el caso, por la relación expresada por la ley de Fourier, sabemos que es posible aumentar la transferencia de calor mediante un mayor delta de temperatura, una mayor conductividad térmica, o un mayor área expuesta; un mayor delta de temperatura no es posible, porque esto puede ocasionar que el producto final sufra daños debido a las altas temperaturas, aumentar la conductividad térmica no es factible debido a que esta es una propiedad de cada material y aumentarla obligaría a cambiar el material, queda la opción del área la cual es la que casi siempre adoptamos pues generalmente es menos costosa, y un cambio de área mediante superficies extendidas llamadas aletas perdura más a través del tiempo.

Ejemplo:

Calcular la cantidad de calor que se transmite por unidad de tiempo a través de una ventana de 2 m<sup>2</sup> de superficie y espesor 0,5 cm. temperatura interior:

20 °c. Temperatura exterior: 5 °c. Conductibilidad del vidrio:  $k = 2,5 \times 10^{-4}$  kcal / m.s. °c [6].

solución



Debemos determinar  $\dot{Q}$  (razon de calor con respecto al tiempo) de la siguiente manera

$$\dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\dot{Q} = 2,5 * 10^{-4} \frac{kcal}{ms^{\circ}C} * 2 m^2 * \frac{(20 - 5)^{\circ}C}{0,005m}$$

$$\dot{Q} = 1,5 \frac{kcal}{s}$$

## BALANCES MICROSCÓPICOS

Muchas veces la industria se basa en datos experimentales para llevar a cabo procesos, pero cuando faltan estos por sus costos o inexistencia se hace necesario ir a modelos matemáticos teóricos o semi-teóricos que permitan llegar a una solución aceptable de un problema en una planta.

El balance microscópico es entonces una ayuda para llegar a estos modelos, el cual considera los detalles internos del sistema (espacio y tiempo), basándose en la continuidad de la materia, en nuestro caso usaremos ecuaciones fenomenológicas que son conocidos como modelos de fenómenos de transporte los cuales se basan en principios fisicoquímicos.

Para cualquier sistema en donde se desarrolle un balance microscópico se basa en la ecuación

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} \text{Cantidad de propiedad} \\ \text{que entra por} \\ \text{unida de tiempo} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Cantidad de propiedad} \\ \text{que sale por} \\ \text{unida de tiempo} \end{array} \right] \\ & = \left[ \begin{array}{c} \text{Cantidad de propiedad} \\ \text{que se genera por} \\ \text{unida de tiempo} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Cantidad de propiedad} \\ \text{que se acumula por} \\ \text{unida de tiempo} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Ecuación 21

Expresada de forma más sencilla como:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_{in}} - \frac{\partial \varphi}{\partial t_{out}} = \frac{\partial \varphi}{\partial t_g} + \frac{\partial \varphi}{\partial t_a}$$

Donde  $\varphi$  representa una propiedad (temperatura, concentración) que afecte a la masa o energía de la sustancia en el sistema de estudio, y los subíndices in, out,

g, a, significan: que entra, que sale, se genera, y acumulada respectivamente. Hay que hacer la aclaración que en un sistema no se genera energía ni masa, sino que se refiere a la transformación que una propiedad en otra y la cual aparecen obedeciendo el principio de la continuidad de la materia y energía en la primera ley de la termodinámica.

Ahora bien, en un sistema microscópico se mira en detalle el tiempo y el espacio, tenemos que definir un elemento diferencial, el cual servirá para mostrar un sistema tridimensional, que en coordenadas planas quedaría definido como:

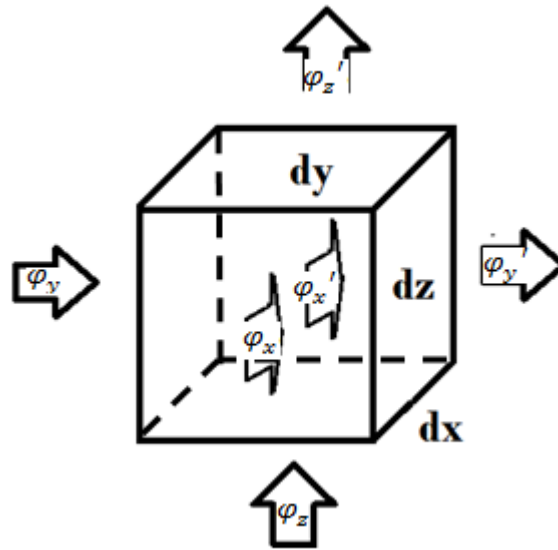


Figura 8

En lo cual definimos 3 ejes axiales como x,y,z en lo cual debemos definir que

$$\begin{aligned} & \varphi_{ax}\partial y\partial z + \varphi_{ay}\partial x\partial z + \varphi_{az}dydx - \varphi_{ax}'dydz - \varphi_{ay}'dxdz - \varphi_{az}'dydx \\ & = \frac{-rt_a dV_t}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt} \end{aligned}$$

Donde  $rt_a$  es la razón de generación o consumo de la propiedad  $\varphi$  de a, y  $\frac{d\varphi_a}{dt}$  representa la variación de la propiedad  $\varphi$  de a en el sistema de estudio con

respecto al tiempo (acumulación o pérdida) y  $c$  es una constante característica del medio.

Podemos entonces definir una ecuación

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{-rt_a dV_t}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt}$$

Para una geometría cilíndrica o quedaría:

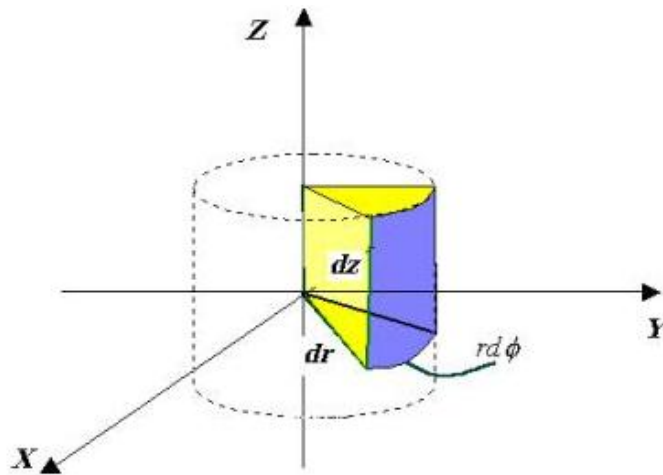
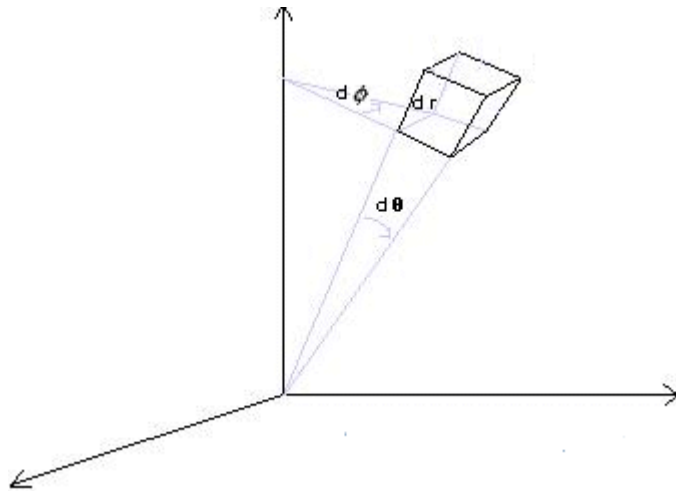


Figura 92

Quedando la ecuación definida como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{-rt_a dV_t}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt}$$

Para una geometría esférica o quedaría:



**Figura 30**

Quedando la ecuación definida como:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = \frac{-rt_a dV_t}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\phi_a}{dt}$$

De lo cual se puede aplicar a cualquier ecuación de flujo, como el de calor (por el gradiente de temperatura), materia (por difusión), y corriente (por un diferencial de potencial).

Ahora bien, el balance microscópico se interna muy detalladamente en el sistema, por lo cual muchas veces se hace complejo este tipo de análisis, y mucho su solución, por lo cual muchas veces se tiene que hacer un estudio cualitativo de cuales y cuantas variables afectan el proceso notoriamente, y cuáles de ellas se pueden simplificar para simplificar las ecuaciones y poder resolver el sistema.

Por ejemplo si se estudia un sistema y se puede definir que es unidimensional, la ecuación para un elemento diferencial en el plano cartesiano quedaría:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{-rt_a dV_t}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt}$$

Definiendo el eje x como el eje direccional.

Si el sistema no tiene acumulación:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{-rt_a dV_t}{c}$$

Si el sistema no tiene generación:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt}$$

Y así para cualquier clase de simplificación puede quedar como:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{d\varphi_a}{dt}$$

Para un sistema unidimensional, sin generación y con acumulación.

Lo interesante es que al fijar las condiciones el sistema se puede resolver, y al dejar más variables en el sistema se hace más compleja su resolución.

Como ejemplo expondremos el diseño de un reactor tubular flujo pistón por medio del balance microscópico

“En un reactor con modelo de flujo pistón idealmente todos los elementos del fluido se mueven según líneas de corriente paralelas con igual velocidad, sin haber mezcla alguna entre los elementos del fluido, por tanto únicamente podrá existir un gradiente axial de concentraciones. Por otro lado, en condiciones de estado estacionario, el cuarto término del balance (VA) es cero, resultando una ecuación diferencial de primer orden con la coordenada axial como variable. Para el caso de condiciones no estacionarias la ecuación es en derivadas parciales con la coordenada axial y el tiempo como variables” [7].



Con lo cual se obtienen las siguientes simplificaciones:

- Al ser un régimen estacionario su acumulación neta es nula
- No hay variación de masa por difusión, pues suponemos que solo existe flujo por diferencia de presión en la dirección de tal gradiente, por lo tanto  $D=0$
- El flujo es unidireccional.

Con lo cual se puede plantear según las ecuaciones de flujo para un proceso de transferencia de masa teniendo la ecuación de la difusión

$$0 = \nabla(\vec{V}C_a - D_e \nabla C_a) + (-r_a) + \left(\frac{C_a}{dt}\right)$$

Tenemos al simplificar

$$\frac{d(\vec{V}C_a)}{dz} + (-r_a) = 0$$

Definiendo la conversión  $x_a$  como:

$$x_a = \frac{\text{Flujo}_{in a} - \text{Flujo}_{out a}}{\text{Flujo}_{0a}} = \frac{\text{Velocidad de desaparición de A}}{\text{Velocidad de alimentación de A}}$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\text{El caudal de A} = \vec{V}C_a = \frac{\text{Flujo}_a}{\text{Area Transversal}}$$

Y si tenemos un área transversal constante tendremos:

$$\frac{1}{A} \frac{F_a}{dz} + (-r_a) = 0$$

y reemplazando en la ecuación  $F_a$  por el factor de conversión como  $x_a$

$$0 = -F_{0a} \frac{dx_a}{dV_R} - r_a$$

O como es comúnmente conocida

$$\frac{dV_R}{F_{0a}} = \frac{dx_a}{(-r_a)}$$

## CONCLUSIONES

- Los balances de materia y de energía son una gran herramienta para un investigador de la ingeniería química puesto que permiten determinar los requerimientos de materiales y de energía de un proceso, además permiten evaluar la eficiencia de los mismos.
- Las leyes de conservación de masa y energía rigen los balances de materia y energía, en todos los aspectos en el que se presenten estos, ya sean macroscópicos o microscópicos.
- La energía se presenta en los procesos de diversas formas, por lo que hay que conocer muy bien esas formas de energía para identificarlas, evaluarlas y dar resultados objetivos a través de los balances de energía.
- Es muy conveniente conocer la conductividad térmica de los materiales, ya que esta es una variable muy importante para el estudio de la transferencia de calor por conducción.
- La ley de difusión de Fick es de especial importancia puesto que esta permite establecer cuanto tiempo se necesita para que un gas se difunda a través de un determinado medio.
- Todos los conceptos tratados son de vital importancia para la buena comprensión de todas las diferentes maneras en las que se puede presentar la transferencia de materia y energía.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] [Autor desconocido]; consultado el 10 de diciembre, Disponible en línea: [www.ulpgc.es/descargadirecta.php?codigo\\_archivo=5206](http://www.ulpgc.es/descargadirecta.php?codigo_archivo=5206)
- [2] [Autor desconocido]; consultado el 10 de diciembre, Disponible en línea: [www.ucm.es/info/termo/PDFS/practica7.pdf](http://www.ucm.es/info/termo/PDFS/practica7.pdf)
- [3], [7] Ochoa C; Ayala A; Modelos matemáticos de transferencia de masa en deshidratación osmótica.; Ciencia y tecnología Alimentaria, julio, año/ vol, 4 numero 005. Sociedad Mexicana de Nutrición y Tecnología de alimentos. Reynosa, México pp330-342. ISSN. (Versión impresa):1135-8122. ISSN (Versión en Línea):1696-2443. ©2005 Redalyc; Disponible en: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=72450405>
- [4] Warren McCabe; Julian Smith; Peter Harriott. Operaciones unitarias en Ingeniería Química. Mcgraw Hill. Séptima edición 2007. Pag. 315-316
- [5] Cengel, Y. Transferencia de calor y masa, un enfoque práctico. McGraw hill. Tercera edición 2007. Pag. 774-780; Pag 18
- [6] Anibal; Transmisión de calor; consultado el 18 de noviembre de 2011, Disponible en línea: <http://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=ley+de+fourier&source=web&cd=7&ved=0CFMQFjAG&url=http%3A%2F%2Fwww.resueltoscbc.com.ar%2Fteoricos%2Fbiofisica%2Fdoc%2FT3-2.doc&ei=Cq3vTurZMYKEtgrp6CTCg&usg=AFQjCNEyc9G3ObOVr0jUGiM7H2mI7Ln20g>
- Gabanes A., Bódalo A., Sáez J., Valero J.; Aplicación de los balances microscópicos de materia y energía al diseño de reactores ideales.; Dpto. de Química Técnica. Facultad de Ciencias (Químicas y Matemáticas). Universidad de Murcia. Recibido: 4-3-85. ANALES DE CIENCIAS, VOL. XLIV. NUMS. I - 4. 1985: 57-62. SECRETARIADO DE PUBLICACIONES - UNIVERSIDAD DE MURCIA
- Warren McCabe; Julian Smith; Peter Harriott. Operaciones unitarias en Ingeniería Química. Mcgraw Hill. Séptima edición 2007. Pag. 71-78; Pag 547-569.; Pag. 593-637

- Smith J., Van Ness H. C., Abbott M. Introducción a la termodinámica en ingeniería química. Mcgraw Hill. Séptima edición 2007.
- Christie J: Geankoplis. Procesos de Transporte y operaciones unitarias. CECSA.

Tercera edicion 1998. Pag. 678-684

La siguiente referencia fue tomada (aunque de una literatura vieja) por su manera didáctica de mostrar los conceptos y sus ejemplos.

- Himmelblau M; Principios básicos y cálculos en ingeniería química. Pearson. sexta edición; Pág. 393-432

## Apendices

Sust	Sustancia B	T(K)	$D_{a-b}, D_{b-a}$	Sustancia a	Sustancia B	T(K)	$D_{a-b}, D_{b-a}$
aire	acetona	273	0,000011	argon	nitrogeno	293	0,000019
aire	amoniaco	298	0,000026	bioxido de carbono	benceno	318	7,2E-06
aire	benceno	298	8,8E-06	bioxido de carbono	hidrogeno	273	0,000055
aire	bioxido de carbono	298	0,000016	bioxido de carbono	nitrogeno	293	0,000016
aire	cloro	273	0,000012	bioxido de carbono	oxigeno	273	0,000014
aire	alcohol etilico	298	0,000012	bioxido de carbono	vapor de agua	298	0,000016
aire	eter etilico	298	9,3E-06	hidrogeno	nitrogeno	273	0,000068
aire	helio	298	0,000072	hidrogeno	oxigeno	273	0,00007
aire	hidrogeno	298	0,000072	oxigeno	amoniaco	293	0,000025
aire	yodo	298	8,3E-06	oxigeno	benceno	296	3,9E-06
aire	metanol	298	0,000016	oxigeno	nitrogeno	273	0,000018
aire	mercurio	614	0,000047	oxigeno	vapor de agua	298	0,000025
aire	naftaleno	300	6,2E-06	vapor de agua	argon	298	0,000024
aire	oxigeno	298	0,000021	vapor de agua	helio	298	0,000092
aire	vapor de agua	298	0,000025	vapor de agua	nitrogeno	298	0,000025

Tomado de Transferencia de Calor y masa, Yunus Cengel

Fracción mol del SO <sub>2</sub> en el líquido xA	Presión parcial de SO <sub>2</sub> en en el vapor, pA (mm Hg)		Fracción mol del SO <sub>2</sub> el vapor yA; P = 1 Atm	
	20°C	30°C	20°C	30°C
0	0	0	10,000658	10
0,0000562	0,5	0,6	20,001119	20,00079
0,0001403	1,2	1,7	30,00158	30,00223
0,0002806	3,2	4,7	40,00421	40,00619
0,000422	5,8	8,1	50,00763	50,01065
0,000564	8,5	11,8	60,01162	60,0155
0,000842	14,1	19,7	70,01855	70,0259
0,001403	26	36	80,0342	80,0473
0,001965	39	52	90,0513	90,0685
0,00279	59	79	100,0775	100,104
0,0042	92	125	110,121	110,1645
0,00698	161	216	120,212	120,284
0,01358	336	452	130,443	130,594

0,0206	517	688	140,682	140,905
0,0273	698		150,917	150

*Apendice – extraido de:* Procesos de Transporte y operaciones unitarias. Christie J: Geankoplis (no estoy seguro de que tan real sea, pero es lo que se ve en el libro) pag. 974

ANEXAR ESTA HOJA EN LA PARTE POSTERIOR DE SU TRABAJO.  
LISTA PARA REVISAR POR SU PROPIA CUENTA EL VALOR DEL  
DOCUMENTO

Antes de presentar su documento, por favor utilice esta página para determinar si su trabajo cumple con lo establecido inicialmente. Si hay más que 2 elementos que no puede verificar adentro de su documento, entonces, por favor, haga las correcciones necesarias.

Yo tengo una página de cobertura similar a las de las normas técnicas

Yo incluí una tabla de contenidos con la página correspondiente para cada componente.

Cada referencia que mencioné en el texto se encuentra en mi lista o viceversa.

Yo utilicé una ilustración clara y con detalles para defender mi punto de vista.

Yo utilicé al final apéndices con gráficas y otros tipos de documentos de soporte.

Yo utilicé varias tablas y estadísticas para aclarar mis ideas más científicamente.

Yo tengo por lo menos 35 páginas de texto

Cada sección de mi documento sigue una cierta lógica (1,2,3...)

Yo no utilicé caracteres extravagantes, dibujos o decoraciones.

Yo utilicé un lenguaje sencillo, claro y accesible para todos.

Yo utilicé Microsoft Word ( u otro programa similar) para chequear y eliminar errores de ortografía.

Yo utilicé Microsoft Word / u otro programa similar) para chequear y eliminar errores de gramática.

Yo no violé ninguna ley de propiedad literaria al copiar materiales que pertenecen a otra gente.

X   Yo afirmo por este medio que lo que estoy sometiendo es totalmente mi obra propia.