RODOLFO DE JESÚS HARO GARCÍA

ID UD3531BEC8373

THE SYSTEM OF NATIONAL ACCOUNTS AND THE SYMMETRIC INPUT-OUTPUT MATRIX IN AN OPEN ECONOMY: A MATHEMATICAL APPROACH

by

RODOLFO DE JESÚS HARO GARCÍA

Licenciado en Economía

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 1972

M. A., Development Economics

Graduate School of Arts and Sciences

Boston University, 1983

A Final Thesis Presented to

The Academic Department

Of the School of Business and Economics

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Doctor of Philosophy (PhD) in Economics

Atlantic International University

HONOLULU, HAWAI

December 2006

CONTENIDO Página

Dedicatoria

A MIS PADRES: Rodolfo Haro Villarreal † y María Zapopan García Rodríguez †, por su apoyo y sacrificios personales para avanzar en mi programa educativo.

A MIS HIJOS: Rodolfo de Jesús Haro Garza y Ana Sofía Haro Garza, por su apoyo a lo largo de este proceso y Cesar Rodolfo Haro Schaper y Ricardo Felipe Haro Schaper, por su respaldo y sacrificios personales peculiares para cumplir con la primera etapa de esta investigación, hace muchos años.

A Ana Lilia Garza Valenzuela, mi compañera en el viaje de la vida y columna vertebral moral de todo lo que implica desarrollar trabajos como el presente, y el cariño que ha sabido compartir conmigo y nuestros hijos.

AIU

Atlantic International University

THE SYSTEM OF NATIONAL ACCOUNTS AND THE SYMMETRIC INPUT-OUTPUT MATRIX IN AN OPEN ECONOMY: A MATHEMATICAL APPROACH

BY

RODOLFO DE JESÚS HARO GARCÍA

SINOPSIS

La estimación matemática de matrices simétricas de insumo-producto a partir de la compilación de los cuadros asimétricos de oferta y utilización, basados en información estadística proporcionada a las oficinas nacionales de estadística por los establecimientos productores y unidades económicas en general, es un proceso crucial debido a que la producción no es homogénea y – sea cual sea el clasificador de actividades utilizado – se presenta una heterogeneidad productiva generada porque los productos secundarios se mezclan con los productos principales o característicos. Por ello la compilación de los cuadros asimétricos de oferta y utilización, útiles para cumplir con los requerimientos internacionales para la elaboración de las cuentas de producción y los cálculos de los agregados de las cuentas nacionales, es un proceso incompleto porque se enfrenta con el problema de la estimación de los cuadros analíticos o matrices simétricas de insumo-producto, que – para servir a los objetivos del análisis económico, la planeación y los ejercicios de pronóstico a través de modelos de equilibrio general computables, entre otros propósitos – requiere que las unidades productivas que forman cada actividad sean homogéneas desde el punto de vista de la producción y la tecnología.

Esta disertación cumple con varios propósitos. En primer lugar, se presenta el significado económico y la compleja base teórica del modelo de insumo-producto, el cual es el cimiento para la estimación de las matrices analíticas o simétricas de insumo-producto. Asimismo, se precisa matemáticamente la estructura subyacente a los cuadros de oferta y utilización. Finalmente, el objetivo y la contribución principal: se descifran y formalizan matemáticamente los diversos métodos propuestos en las normas y prácticas internacionales en esta materia para la estimación de las matrices simétricas de insumo-producto a partir de los cuadros asimétricos de oferta y utilización y se propone un método para estimar las matrices simétricas producto-por-producto en el caso de una economía abierta con la matriz de consumo intermedio importado de dimensiones producto- actividad, tema confusamente tratado en los manuales internacionales especializados, sobre todo al tratarse de la matriz de importaciones. Asimismo, se demuestra que en el caso de los métodos no basados en los supuestos de la tecnología de la producción o de la actividad productiva no es posible derivar la matriz simétrica de importaciones por lo que – óptimamente – su estimación requiere de trabajo adicional de clasificación.

“MATHEMATICAL ESTIMATION OF THE SYMMETRIC INPUT-OUTPUT MATRIX FROM THE ASSIMETRIC SUPPLY AND USE TABLES IN AN OPEN ECONOMY”.

By

RODOLFO DE JESÚS HARO GARCÍA PhD

Abstract

The mathematical estimation of symmetric input-output tables from the compilation of the asymmetric supply and tables, based on information given from the national statistics offices by the producer’s establishments and economic units in general, is a crucial procedure due to non homogeneous production and – whichever industries classification used – in the establishments a heterogeneous production is generated because secondary products are mixed with main or characteristic products. Due to that the compilation of the asymmetric supply use tables, useful to fulfill with the international requirements for the construction of the production accounts and for the aggregated calculations of the national accounts, is an incomplete process because it faces the problem of the estimation of the analytical tables or input-output symmetric matrices – to be usefull for economic analisis, economic planning and some exercises with computable general equilibrium models, among other things – require that the productive units that form each activity be homogeneous from the point of view of production and technology.

This dissertation fulfils several purposes. First of all, presents the economic significance and the complex theoretical basis of the input-output model, which is the foundation and inspiration fountain that defines the level of effort to estimate the input-output symmetric matrices. Likewise, defines mathematically the underlying structure of the supply use tables and deciphers and formalizes mathematically the various methods proposed in the international norms and practices within this topic for the estimation of the symmetric input-output matrices from the assimetric supply and use tables. It is proposed a method and its mathematical expression of the equations to estimate the product-by-product symmetric matrices in the case of an open economy with the imported intermediate consumption matrix with dimensions product-by-activity, a theme confusedly treated in the international specialized manuals, particularly on the imports matrix treatment. It is shown that in the case of the methods not based on the production technology or the productive activity assumptions it is not possible to develop the symmetric imports table, so that, optimally, its estimation requires additional classification work.

Lista de Esquemas

Reconocimientos

Esta disertación es absoluta responsabilidad del autor. Sin embargo, no se hubiera logrado sin el soporte directo e indirecto de un sinnúmero de personas que han contribuido para cumplir con esta responsabilidad: profesores, alumnos y compañeros de estudios y de trabajo, entre muchos otros.

Conviene destacar el invaluable apoyo de Gilberto Calvillo Vives, presidente del Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI) de México, quien reactivó después de mas de veinticinco años el proyecto de elaboración de la matriz de insumo-producto y me concedió el honor de fungir como primer Director de Insumo-Producto para esa institución, lo que a su vez me motivó a profundizar en el estudio científico de este importante tema.

De la misma manera agradezco también a Jaime Andrés de la Llata Flores, Director General de la Dirección General de Estadísticas Económicas, entidad responsable de la construcción de la matriz de insumo-producto de México para 2003. Mi agradecimiento también para Manuel Razo Bernal, con quien he compartido conceptos para construir un futuro mejor para las estadísticas de México y a quien debo agradecer su insistencia desinteresada y respaldo para desarrollar esta disertación. El contenido de este trabajo es igualmente producto del esfuerzo y dedicación de María Ana González Rosas que auxilió en el trabajo mecanográfico de principio a fin.

Un especial reconocimiento a mi asesor, Rene Cintron, por su estímulo y valiosas orientaciones durante la realización de esta tesis doctoral y a Javier Alejandro Barrientos y Olivares y Maribel Martínez Rodríguez, por su valioso aporte en los capítulos II.1 y II.2; el primero para mejorar la redacción y la segunda porque colaboró eficazmente en la estructuración de los modelos presentados en esos capítulos. Y último, pero no menos importante, el invaluable aliento y respaldo de mi familia para perseverar y terminar este trabajo.

Introducción General

Antecedentes

En México, la elaboración de matrices simétricas de insumo-producto se inició en los años cincuenta, cuando el Banco de México, S.A., Nacional Financiera, S.A. la Secretaría de Economía y la Secretaría de Hacienda, elaboraron una matriz de insumo-producto para el año 1950 (véase el estudio "Estructura y Proyección de la Economía en México, 1950, 1960 y 1965, Vol. I. 1958").

Para la economía mexicana en total se han compilado oficialmente seis matrices de insumo-producto, las primeras para los años 1950 y 1960 en aquel periodo pionero y otra para 1970, elaborada conjuntamente por el Banco de México, la Secretaría de Programación y Presupuesto y la Organización de Naciones Unidas, que se elaboró con diferencias metodológicas importantes si se le compara con las matrices de 1950 y 1960, respectivamente de 16 y 32 actividades productivas, precisamente por el procesamiento de la información que integró la nueva matriz con un nivel de desagregación mayor, de 72 actividades productivas. Asimismo, la matriz de 1970 se constituyó en la base metodológica utilizada para la compilación de las matrices correspondientes a los años 1975, 1978 y 1980. Es importante señalar que las matrices de 1970, 1975, 1978 y 1980 se realizaron bajo la responsabilidad compartida de lo que hoy es el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), organismo que obtuvo su autonomía en 2006 y encargado de la Contabilidad Nacional de México y, por lo tanto, del futuro desarrollo de la investigación en insumo-producto.

El reinicio del análisis de insumo-producto en México

Actualmente el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática está elaborando la Matriz de Insumo-Producto de México para 2003, con lo cual retoma una larga tradición, interrumpida durante más de veinticinco años, en la construcción de matrices de insumo-producto y contribuye al desarrollo y mejora en la calidad de las estadísticas económicas de México.

La actualización de la matriz de insumo-producto dejará conocer los cambios experimentados en el marco tecnológica y productivo de la economía, mostrará la nueva composición de costos de las actividades productivas y las funciones de producción subyacentes a éstas, así como las nuevas relaciones intersectoriales que representan el cambio estructural que ha experimentado la economía mexicana a partir de la década de los ochenta consecuencia de la apertura comercial, la desincorporación de empresas estatales y paraestatales y la desregulación económica.

La construcción de una nueva matriz de insumo-producto permitirá a la contabilidad nacional incorporar los avances metodológicos más recientes que se han desarrollado en este tema, así como la adopción de las recomendaciones internacionales que no se consideraron en la construcción de las matrices elaboradas en el pasado, en particular las normas de la Organización de Naciones Unidas, tema central de esta disertación. Los trabajos desempeñados en la elaboración de esta matriz significan un avance importante en la implementación de las disposiciones internacionales aceptadas por los países miembros de la Organización de Naciones Unidas, entre los cuales se encuentra México.

Asimismo, la matriz de insumo-producto será la base para la modernización del Sistema de Cuentas Nacionales de México, al revelar la estructura productiva actual del pais y, con ello, actualizar las medidas de precio y volumen para la obtención de cálculos a precios corrientes y constantes y como marco de referencia para diversos estudios, entre los cuales está la determinación de ponderaciones con propósitos múltiples como la elaboración de números índice y el cálculo del nuevo año base. En consecuencia, el proyecto de construcción de la matriz de insumo-producto para México tiene una gran importancia en muchos aspectos.

Rasgos generales de las matrices de insumo-producto asimétricas y simétricas: la nueva metodología

Los cuadros de oferta y utilización son dos matrices asimétricas que describen la oferta y utilización de los bienes y servicios producidos e importados por un país en unidades monetarias y representan el *marco central del sistema de cuentas nacionales* que practican los países más desarrollados y que ha sido promovido por la Organización de Naciones Unidas a través de la publicación de los dos manuales vigentes: el que establece el Sistema de Contabilidad Nacional (Naciones Unidas, Fondo Monetario Internacional, Organización Económica para el Crecimiento y Desarrollo y el Banco mundial, 1993) y otro especializado en el tema de insumo-producto producto (Naciones Unidas, 2000)[1]. El objeto de estudio de esta disertación, es la derivación matemática de la matriz simétrica de insumo-producto precisamente en este *marco central del sistema de cuentas nacionales* para el caso de una economía abierta.

El cuadro de insumo-producto asimétrico – conocido como cuadro de utilización – es una matriz de doble entrada en la cual a cada actividad productiva seleccionada se le asigna un vector columna y a cada producto seleccionado un vector fila. Constituye un instrumento de gran importancia para la organización e integración de un sistema nacional de estadísticas económicas. Al igual que otros modelos existentes para registrar la actividad económica, se propone obtener una visión amplia del proceso de producción. En este sentido, la matriz de insumo-producto asimétrica registra las transacciones de bienes y servicios realizadas por los agentes económicos que operan en las distintas actividades productivas de un país en un período determinado, generalmente un año.

Un cuadro simétrico de insumo-producto es una matriz cuadrada cuyas dimensiones pueden ser producto-por-producto o actividad productiva-por-actividad productiva. Es decir, es una

[1] No obstante, es importante destacar que las normas internacionales establecidas por los países europeos también constituyen una fuente central en esta materia; en especial Eurostat (1996) y Eurostat (2002).

matriz de doble entrada en la cual a cada actividad seleccionada (o producto) se le asigna un vector fila y un vector columna. En el vector fila se registra el destino de la producción según actividad productiva usuaria (o producto). En el vector columna se mide la producción según el origen de sus costos, ya sea para las actividades o los productos, dependiendo del tipo de simetría seleccionada para la compilación de los cuadros de oferta y utilización y la estimación de la matriz simétrica.

El cuadro de insumo-producto cuya simetría es actividad productiva-por-actividad productiva, muestra en cada elemento i,j la actividad i que proporciona los insumos característicos de su universo productivo para la producción de los productos característicos del universo productivo de la actividad j. El cuadro cuya simetría es producto-por-producto muestra en cada elemento i,j el producto i que es utilizado como insumo para la producción del producto j.

Estructura y contenido de la tesis

La tesis está organizado en tres partes:

En la parte I se especifica el marco teórico del modelo de insumo-producto en unidades monetarias y en unidades físicas para una economía cerrada.

La parte II constituye el núcleo de las aportaciones que este documento pretende realizar y se ocupa de la derivación matemática de la matriz simétrica de insumo-producto en el marco central del sistema de cuentas nacionales para el caso de la economía abierta, caso no tratado en forma adecuada para el análisis intersectorial en los distintos documentos elaborados por los organismos internacionales que se ocupan de este campo de la economía, en los cuales se ha reducido el comercio internacional a un vector de importaciones y un componente adicional de la demanda final: el vector de exportaciones.

La metodología para estimar la matriz simétrica de insumo-producto derivada de los cuadros de oferta y utilización que se presenta en este documento corresponde a las prácticas contables de los principales países y a la norma establecida por las Naciones Unidas.

La parte III integra un resumen de la disertación y las principales conclusiones y recomendaciones. Finalmente, se integra la bibliografía; el apéndice 1, donde se listan las variables utilizadas a lo largo del documento; el apéndice 2 que muestra ejemplos numéricos complementarios a los capítulos I.1 y I.2; y, el índice analítico de los conceptos mas importantes de la Contabilidad Nacional.

PARTE I. EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO: LA TEORÍA

Introducción

La matriz de insumo-producto simétrica producto-por-producto es más apropiada para el análisis económico, por ello también se le conoce como matriz analítica, pues la simetría permite sustentar lo que se conoce como modelo analítico teórico de insumo-producto que se desarrolla en esta primera parte del documento. Dicho modelo supone que los insumos que se utilizan en la elaboración de un producto, están relacionados con la producción de ese producto por una función de producción tipo Leontief; es decir, asociada a una función de costos lineal que depende de los coeficientes de insumo-producto en unidades físicas y los precios de los distintos insumos. Usualmente se supone que los coeficientes de insumo-producto en unidades físicas permanecen fijos (al menos a corto plazo); con este supuesto, las relaciones de insumo-producto se transforman en relaciones técnicas o tecnológicas y cada columna de un cuadro de coeficientes de insumo-producto con simetría producto-por-producto representa una técnica de producción o función de producción tipo Leontief para ese producto en particular.

Así es el sistema abierto concebido originalmente por el profesor Leontief, que se basa en un cuadro de coeficientes de insumo-producto que representa, en cada una de sus columnas, una técnica de producción que produce un único producto. Puesto que se parte del supuesto de que una actividad productiva produce sólo un producto, el cuadro de transacciones estre las distintas actividades productivas, que también se denomina cuadro de consumo o uso intermedio, es necesariamente cuadrado y constituye una matriz de insumo-producto simétrica producto-por-producto.

El modelo que se basa en este cuadro se llama modelo simétrico de insumo-producto y es el objeto de análisis de la parte I. Este modelo hace explícitas las relaciones entre el conjunto de variables reales, que tienen una gran significación para el análisis y la programación económica y constituyen un mecanismo muy importante para la estadística nacional. Esta parte de la disertación especifica el marco teórico del modelo de insumo-producto y se compone de dos capítulos. En el capitulo I.1 se presenta el modelo teórico de insumo-producto en unidades monetarias, tal como se expone en el manual vigente de insumo-producto que la Organización de Naciones Unidas ha elaborado, en el cual también se trata – si bien vagamente – el modelo de insumo-producto en unidades físicas; en el capítulo I.2 se formaliza este modelo teórico; es decir, se especifica el conjunto de ecuaciones que lo componen, tanto aquellas referidas a la parte en unidades físicas como las concernientes al segmento en unidades monetarias; así también los sistemas de ecuaciones para los precios por producto o – sistemas duales – correspondientes a los modelos de insumo-producto en unidades físicas y monetarias.

Capítulo I.1

El Modelo de Insumo-Producto Según la Normatividad Internacional: la Teoría[2]

Introducción

La importancia del modelo de insumo-producto y su análisis se puede apreciar en la siguiente cita, contenida en el primer párrafo de Naciones Unidas (2000; Cap. 1):

> "El análisis de insumo-producto como marco teórico e instrumento de la economía aplicada en una economía de mercado fue creado por Wassily Leontief con la preparación de los primeros cuadros de insumo-producto para los Estados Unidos correspondientes a 1919 y 1929, que se publicaron en 1936. A partir de esa fecha, se han preparado los cuadros que describen las relaciones entre diversos productores de una economía para más de 90 países. Leontief recibió el premio Nóbel de economía de 1973 por la creación de los métodos de insumo-producto" (Naciones Unidas. 2000; 1.1).

El origen del modelo de insumo-producto es el cuadro económico (*Tableau Economique*), cuya primera versión fue elaborada en 1758 por el economista francés François Quesnay (1696–1774), fundador de la escuela fisiócrata. Sin embargo, el modelo de insumo-producto y su análisis son una importante contribución a la ciencia económica porque implican la conversión del cuadro económico de Quesnay: "un instrumento de índole descriptiva que

---

[2] En el presente documento las letras mayúsculas simbolizan matrices, las letras minúsculas vectores columna y las letras griegas escalares. Asimismo, los vectores renglón se representan como vectores columna traspuestos y se representan con un símbolo prima (´), como también es el caso de una matriz traspuesta; p. e., el vector a traspuesto se representa como a´ y la traspuesta de la matriz $\mathbf{A}$ se representa como $\mathbf{A}'$. Las dimensiones de vectores y matrices sólo pueden ser igual al número de productos (p) o al número de actividades (a) y aparecen en los subíndices, ya sea solos, cuando es el caso, o antes de la primera coma, a partir de la cual los subíndices incluyen otros elementos explicativos de la variable de que se trate, en especial las unidades de medida; para los escalares se omite indicar su dimensión.

muestra las relaciones de compras y ventas entre los distintos productores y consumidores de una economía" – (Naciones Unidas. 2000; 1.2) – en un marco que posibilita el análisis económico estructural mediante la construcción de una gran variedad de modelos que abordan problemas fundamentales de la economía globalizada contemporánea. En los párrafos siguientes de este capítulo se explica el modelo básico de insumo-producto sin modificar la esencia metodológica con que se ha expuesto en la normatividad internacional, específicamente Naciones Unidas (2000; Cap. 1).

En Naciones Unidas (2000; Cap. 1), se presenta el modelo básico de insumo-producto de una economía abierta considerando la suma del consumo intermedio total, de origen nacional e importado, y la demanda final total, de origen nacional e importado, menos las importaciones totales, lo que permite obtener como resultado la producción y uso de productos de origen nacional. Dado que tal tratamiento no cambia los resultados teóricos ni analíticos del modelo, ni aporta nada a los propósitos que se buscan, en el presente capítulo se trata el modelo para una economía cerrada y, con ello, se logra la comparación que se busca con los modelos que se presentan en el capítulo I.2.

I.1.1 Estructura de la matriz de insumo-producto según la normatividad internacional

En teoría los cuadros de insumo-producto pueden estar especificados en unidades físicas o en unidades monetarias. Sin embargo, el modelo teórico básico de insumo-producto que se presenta en el citado manual se refiere principalmente al modelo de insumo-producto en unidades monetarias, que describiremos haciendo las precisiones que la norma internacional establece para dicho modelo en unidades físicas, el cual se analiza detalladamente en el siguiente capítulo. Sólo se presenta el sistema abierto del profesor Leontief, en el cual el vector de demanda final es considerado exógeno, supuesto que no altera los objetivos de esta disertación, como se comprobará más adelante.

La estructura de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias se ilustra en los esquemas I.1.1 y I.1.2, en los cuales se supone una economía – "... en la tradición del análisis

Esquema I.1.1 Matriz simétrica producto-por-producto

	Productos	Demanda final para los productos	Uso total de productos
Productos	$U_{pxp,um}$	$F_{pxf,um}$	$q_{p,um}$
Valor Agregado Bruto	$V_{vxp,um}$		
Total de producción de productos	$q_{p,um}'$		

Esquema I.1.2 Matriz simétrica producto-por-producto

	Productos	Demanda Final para los Productos	Uso Total de Productos
Productos	$U_{pxp,um}$	$f_{p,um} = F_{pxf,um}\ u$	$q_{p,um}$
Valor Agregado Bruto	$v_{p,um}{}' = u'\ V_{vxp,um}$		
Total de producción de productos	$q_{p,um}{}'$		

de insumo-producto (Leontief 1966)" (Ten Raa Thijs. 2006; p. 14) – en la que cada actividad productiva produce un solo producto y, por lo tanto, la matriz simétrica de uso intermedio total de productos en unidades monetarias ($\mathbf{U}_{pxp,um}$). En este cuadro se muestra en cada elemento i,j el total -en unidades monetarias- del producto i que se utiliza como insumo para la producción total -en unidades monetarias- del producto j; por ello hablamos de una matriz de insumo-producto simétrica de dimensiones producto-por-producto[3].

Así, el modelo que se basa en este cuadro se llama modelo simétrico de insumo-producto[4]. En la presentación del modelo de insumo-producto de la norma internacional (Naciones Unidas. 2000; Cap. 1), se mantiene una presentación simplificada de su estructura; por ello, en el esquema I.1 los distintos elementos de la demanda final se representan por la matriz de demanda final total por producto para las f categoría de demanda final en unidades monetarias $\mathbf{F}_{pxf,um}$, mientras que en el esquema I.2 se suman los renglones de esta matriz y la demanda final se simplifica al vector de demanda final total por producto en unidades

[3] Es decir, se supone que los productores no realizan ninguna producción secundaria; sólo producen sus productos principales o característicos. En consecuencia, la distinción entre actividades productivas y productos es irrelevante. En relación a la terminología debe señalarse que en el documento normativo internacional traducido al español (Naciones Unidas. 2000; 1.4), se insiste en el uso de la palabra industria; sin embargo, en esta tesis se ha sustituido por la palabra actividad productiva porque en castellano es más apropiada, ya que la industria – si bien de importante ponderación – es sólo un subconjunto de las actividades productivas; se refiere a la fabricación mecánica de los productos.

[4] En el campo de las matemáticas, la matriz hipotética $\mathbf{U}$, sería simétrica si fuese cuadrada, como es el caso y, al mismo tiempo, $\mathbf{U}_{ij} = \mathbf{U}_{ji}$ para todo i, j =1,2,3,...,n. La simetría es respecto a la diagonal principal y $\mathbf{U}$ sería también igual a su traspuesta $\mathbf{U}'$. Es decir, una matriz es simétrica cuando es igual a su traspuesta (la matriz $\mathbf{U}$ es simétrica si $\mathbf{U} = \mathbf{U}'$). El concepto de simetría en el caso de la matriz de insumo-producto es radicalmente distinto; una matriz es simétrica cuando tanto en las filas como en las columnas se utilizan las mismas unidades. En este caso se habla de una matriz simétrica porque cada renglón i se refiere al mismo producto a que se refiere la columna j cuando i = j; el concepto simetría se refiere a esa armonía de posición de los conceptos de cada columna con los conceptos del renglón correspondiente; armonía de unos respecto de otros conceptos.

monetarias ($f_{p,um}$)[5]. Asimismo, en el esquema I.1 los elementos del valor agregado se caracterizan por la matriz de valor agregado por producto para las v categorías de valor agregado en unidades monetarias $V_{vxp,um}$, mientras que en el esquema I.2 se suman las columnas de esta matriz y el valor agregado es reducido a un vector fila único ($V_{p,um}'$) que denominamos vector de valor agregado bruto por producto en unidades monetarias. A continuación describiremos dicho modelo en unidades monetarias usando el esquema I.2[6].

En otras palabras, se explicará el modelo básico de insumo-producto y los distintos elementos de la demanda final se integrarán en un solo vector, el cual incluye los gastos de consumo final y la formación bruta de capital del sector de los hogares, del sector del gobierno y del sector de las instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares. Además, los distintos elementos del valor agregado se integrarán en un solo vector.

I.1.2 Modelo simétrico de insumo-producto, importancia y estructura general: el modelo básico de la normatividad internacional

"La norma internacional establece claramente que el análisis de insumo-producto se convirtió en un instrumento *de análisis* (las cursivas son del autor de esta disertación) económico cuando Leontief introdujo un supuesto de funciones de producciones lineales de coeficientes fijos que relacionan los insumos usados por una actividad económica en cada columna con su flujo de productos, es decir, para una unidad del producto de cada actividad productiva, se requiere una cantidad fija de insumo de cada clase". (Naciones Unidas. 2000; 1.7)[7].

---

[5] Si estuviésemos en el caso de el modelo básico de insumo producto del capítulo 1 de Naciones Unidas (2000), el vector $f_{p,um}$ sería la demanda final total neta de importaciones totales; es decir, la demanda fina de origen nacional e importado, menos las importaciones totales.

[6] Esta simplificación en la demanda final y el valor agregado se mantiene a lo largo de la disertación, porque no afecta los resultados analíticos que son objeto de la misma.

[7] Este concepto de función de producción, sin embargo, en la norma citada se aplica al modelo en unidades monetarias. Esto es incorrecto, en virtud de que las funciones de producción están definidas para relaciones insumo-producto en unidades físicas.

“Se supone que los insumos que se utilizan en la elaboración de un producto están relacionados por una función de producción de coeficientes lineales y fijos (al menos a corto plazo). Con esta suposición, las relaciones de insumo y producto se transforman en relaciones técnicas y cada columna de un cuadro de coeficientes de insumo-producto representa una técnica de producción”. (Naciones Unidas. 2000; 1.2).

A partir del esquema I.1.2, en el cuadro simétrico de insumo-producto los totales de cada fila y de su correspondiente columna deben ser iguales y miden respectivamente, el valor de la producción según ventas (fila) y según costos (columna). De ahí que los vectores de oferta y utilización de productos de origen nacional por producto en unidades monetarias, $q_{p,um}$ y $q_{p,um}'$, resulten de la suma de los renglones y de las columnas. En efecto, cada vector fila constituye una igualdad que establece que el valor de la producción de ese producto equivale a la suma de las ventas intermedias y finales netas; o sea:

$$q_{p,um} = U_{pxp,um}\, u + f_{p,um} \qquad \text{(I.1.1)}$$

Donde u es un vector columna unitario.

Pero en virtud de que se puede asegurar que siempre:

$$u = (\mathrm{diag}(q_{p,um}))^{-1}\, (q_{p,um}) \qquad \text{(I.1.2)}$$

En este caso:

$$q_{p,um} = U_{pxp,um}\, (\mathrm{diag}(q_{p,um}))^{-1}\, q_{p,um} + f_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um} \qquad \text{(I.1.3)}$$

Donde queda definida la matriz simétrica de coeficientes técnicos totales producto-por-producto en unidades monetarias de la siguiente manera:

$$A_{pxp,um} = U_{pxp,um}\left(diag(q_{p,um})\right)^{-1} \qquad (I.1.4)$$

Dado que suponemos que la matriz simétrica de coeficientes técnicos totales producto-por-producto en unidades monetarias $A_{pxp,um}$ es conocida y los valores (unidades monetarias) del vector de demanda final total por producto en unidades monetarias $f_{p,um}$ constituyen datos determinados exógenamente, es decir, fuera del modelo, entonces es posible resolver el sistema de ecuaciones y encontrar el nivel de producción de los diversos productos en unidades monetarias que es necesario para satisfacer un nivel específico de la demanda final de productos en unidades monetarias.

Matemáticamente, el vector de producción de productos en unidades monetarias $q_{p,um}$ en el sistema puede resolverse en la forma siguiente:

$$q_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um} \qquad (I.15)$$

$$q_{p,um} - A_{pxp,um}\, q_{p,um} = f_{p,um} \qquad (I.1.6)$$

$$(I - A_{pxp,um})\, q_{p,um} = f_{p,um} \qquad (I.1.7)$$

$$\boxed{q_{p,um} = (I - A_{pxp,um})^{-1}\, f_{p,um}} \qquad (I.18)$$

Donde I representa la matriz identidad que es una matriz cuadrada en que todos los elementos en la diagonal son iguales a 1 y los demás elementos son iguales a cero. Cada columna de la matriz $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,um})^{-1}$ muestra los requerimientos totales, tanto directos como indirectos, por unidad de demanda final y es comúnmente conocida como la matriz inversa de Leontief.

Interpretación económica de la inversa

Las estructuras de insumo representadas en la matriz $\mathbf{A}_{pxp,um}$ y analizadas en los párrafos anteriores de este capítulo, muestran el tipo y la cantidad de los diversos insumos que requiere cada actividad productiva para producir una unidad de su producto, pero no indican nada acerca de los efectos indirectos. La norma internacional establece un ejemplo muy ilustrativo:

> "el efecto de la producción de un vehículo automotor no cesa en el acero, los neumáticos y otros componentes que se requieren. Genera una larga cadena de interacción en los procesos de producción, puesto que hay que producir cada uno de los productos usados como insumo y éstos a su vez necesitarán varios insumos. La producción de los neumáticos, por ejemplo, requiere caucho, acero y tela, etc. que, a su vez necesitan varios productos como insumos, incluido el servicio de transporte prestado por los vehículos automotores que hace necesaria la producción de estos vehículos en primer lugar. Un ciclo de necesidades de insumos requiere otro ciclo de insumos que a su vez requiere otro ciclo más. Esta cadena de interacciones sigue hasta el infinito. Pero la suma de todas estas reacciones en cadena se determina a partir del valor de la inversa de Leontief". (Naciones Unidas. 2000; 1.15).

En el siguiente capítulo se precisa la importancia teórica de este concepto, se formaliza su relevancia analítica y en el apéndice se presenta el ejemplo ilustrativo que aparece en el capítulo 1 del manual de insumo-producto, en el que, sin embargo, se establece que:

> " ... Las condiciones necesarias y suficientes para que $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,um})$ pueda invertirse son que $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,um})$ sea una matriz cuadrada y que ninguna fila o columna de $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,um})$ sea proporcional respectivamente a otras filas y columnas, o una combinación lineal de otras filas y columnas, es decir, todas las filas y columnas son linealmente independientes. El sistema de ecuaciones puede tener una solución sólo si $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,um})$ puede invertirse". (Naciones Unidas. 2000; 1.60).

También establece que el modelo económico simple de insumo-producto en el cual una actividad productiva elabora una única mercancía es un sistema de ecuaciones lineales. Entonces. $(I - A_{pxp,um})^{-1}$, o sea, la inversa de Leontief, siempre es no negativa cuando: 1) La matriz $A_{pxp,um}$ se mide en términos de valores y 2) $a_{i,j}$, cualquier elemento de $A_{pxp,um}$, es no negativo y menor que 1, lo que en condiciones económicas normales siempre se satisface porque el valor de cualquier insumo utilizado es menor que el valor del producto (Naciones Unidas. 2000; 1.61). Esta aseveración es incorrecta y se aclarará en el siguiente capítulo, al establecer las condiciones para la productividad de la inversa de Leontief; en realidad debe hablarse de que la suma de renglones y columnas sea menor a uno[8].

I.1.3 Modelo simétrico de insumo-producto, los precios como costos de producción.

Para producir una unidad monetaria del producto j, se requiere una serie de insumos en cantidades físicas cuantificadas en los coeficientes técnicos en unidades físicas de la columna correspondiente. Entonces, si p_i es el precio por unidad del producto i, el costo de los insumos intermedios necesarios para producir una unidad del producto j puede escribirse como $p_p{}' A_{pxp,uf}$, donde p_p es el vector de precios de los distintos productos en unidades monetarias, los cuales se determinan de acuerdo con la siguiente ecuación (Naciones Unidas. 2000; 1.27 y 1.30):

$$\boxed{p_p{}' = p_p{}' A_{pxp,uf} + v_{pxuf}{}'} \qquad (I.1.9)$$

[8] Una matriz cuadrada es “productiva” o cumple con las "condiciones de Hawkins-Simon", si todos los menores principales son positivos (a square matrix B is "productive" or fulfills the "*Hawkins-Simon conditions*" if all the successive principal leading minors of A are positive).

Donde - dado que $A_{pxp,uf}$ es la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades físicas - v_{pxuf} es el vector de valor agregado en unidades monetarias por unidad física de producción.

La solución para el vector de precios $p_p{}'$ es:

$$p_p{}' = v_{pxuf}{}' \ (I-A_{pxp,uf})^{-1} \qquad \text{(I.1.10)}$$

En un modelo simplificado de insumo-producto con coeficientes constantes, el análisis de precios se muestra en esta ecuación, en la que, nótese, se está utilizando la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas. Sin embargo, si A se mide en términos monetarios, es decir $A_{pxp,um}$, entonces v_{pxum} es el vector de valor agregado por unidad monetaria de producción (por ejemplo, por dólar de producción). En cuyo caso, cada elemento del vector precios p es iguala la unidad (1.0). (Naciones Unidas. 2000; 1.35).

Esto sería el caso del año base:

$$u' = u' A_{pxp,um} \, q_{p,um} + v_{pxum}{}' \qquad \text{(I.1.11)}$$

$$u' = v_{pxum}{}' \ (I-A_{pxp,um})^{-1} \qquad \text{(I.1.12)}$$

Así, se pueden calcular las variaciones de los precios como resultado de los cambios del valor agregado. "¿cuál será el efecto en los precios del producto si el valor agregado por unidad del segundo producto aumenta 10 por ciento?" (Naciones Unidas. 2000; 1.37):

En este caso, si el sistema inicial es:

$$u\,' = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.5 & 0.5 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1.007 & 0.351 & 0.141 \\ 0.257 & 1.171 & 0.468 \\ 0.375 & 0.340 & 1.136 \end{vmatrix}$$

Y el valor agregado por unidad de producto en unidades monetarias cambia de $V_{pxum}\,' =$ (0.7, 0.5, 0.5) a $V_{pxum}\,' =$ (0.7, 0.55, 0.5); el nuevo vector de precios resultante es:

$$p_p\,' = (1.017, 1.058, 1.018) \qquad \text{(I.1.13)}$$

Como el nuevo valor de V_{pxum} para el producto segundo producto aumenta a 0.55 (es decir, 10 por ciento mayor que el valor anterior de V_{pxum}), el precio del segundo producto aumenta casi 6 por ciento mientras que los precios de otros productos suben casi 2 por ciento (Naciones Unidas. 2000; 1.38). Si definimos los precios relativos como la razón entre el nuevo precio y el de la base o inicial, en este caso los precios relativos serían igual a (1.017, 1.058, 1.018) ya que los precios iniciales son todos igual a 1.

Es posible derivar las siguientes reglas en el análisis de las variaciones de los precios relativos atribuibles a los cambios técnicos, según reflejan las modificaciones de los coeficientes de insumo-producto o de valor agregado (Naciones Unidas. 2000; 1.39):

a) Las variaciones de los precios relativos, dados los cambios de los coeficientes técnicos, o de valor agregado, serán los mismos, sea que el cuadro de insumo-producto se realice en unidades físicas o en unidades monetarias;

b) Las modificaciones del valor agregado o de los coeficientes pueden incorporarse directamente en el cuadro de insumo-producto en unidades monetarias sin hacer otros ajustes, en tanto se usen para la comparación los precios de período de base en el que cada precio es igual a 1; en consecuencia, la suma de los coeficientes de cada columna, incluidos los coeficientes con valores nuevos no tienen que ser necesariamente iguales a 1.

De ese mismo ejemplo, si se usa el nuevo vector precios para actualizar la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades monetarias de la siguiente manera:

$$A_{pxp,um} = diag(p_p)\, A_{pxp,uf}\ diag(p_p)^{-1} \qquad \text{(I.1.14)}$$

Entonces, la suma de cada columna de la matriz de coeficientes de insumo-producto (incluyendo el valor agregado) en unidades monetarias actualizada será igual a 1.

El anexo 2 muestra un ejemplo muy importante.

Capítulo I.2

El Modelo Formal de Insumo-Producto: la Teoría

Introducción

Los cuadros de insumo-producto pueden estar en unidades físicas o monetarias y el modelo teórico básico de insumo-producto que se explica enseguida presenta ambos casos y la vinculación entre ellos. Sin embargo, conviene señalar que el propósito de la presente disertación es determinar la estructura numérica y matemática de los cuadros asimétricos, sean cuadrados o rectangulares, de oferta y utilización y los métodos matemáticos para transformar el cuadro de utilización asimétrico en un cuadro simétrico de insumo-producto, siempre cuadrado por definición.

Así,– una vez analizados los métodos de transformación de la asimetría de los cuadros de oferta y utilización a la matriz de insumo-producto simétrica, objeto de los capítulos de la segunda parte – el presente capítulo es la pieza fundamental para determinar la validez de la aseveración generalizada de que la obtención del cuadro simétrico a partir de los cuadros de oferta y utilización, siempre calculados en unidades monetarias, es una estimación apropiada para cumplir con los objetivos analíticos del modelo teórico de insumo-producto. Sobre todo, responder a la pregunta: ¿Cuál es el método más apropiado para obtener el cuadro simétrico a partir de los cuadros de oferta y utilización? Esta idea se ha establecido sin ambigüedades en la propia normatividad internacional, como se observa en el párrafo siguiente:

> "... habida cuenta de que se ha determinado que los cuadros de insumo-producto (*asimétricos*) (la palabra asimétricos es introducida por el autor de esta tesis) elaborados como cuadros de oferta y utilización en términos monetarios constituyen un instrumento poderoso para compilar las cuentas de producción en las cuentas nacionales, desde 1968 se los incorpora en el Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas. Esto aumenta la exactitud de los cuadros de insumo-producto por medio del procedimiento de equilibrar la oferta y la utilización de cada

producto básico en una economía dada cuando se efectúa una transacción en el mercado a precios diferentes y con distintos usuarios. Por esta última razón, en el manual se presta atención principalmente a la construcción de un cuadro de insumo-producto simétrico como parte de un sistema de cuentas nacionales, pero el producto final debería satisfacer los requisitos básicos de un modelo de insumo-producto" (ambos subrayados son del autor de esta disertación). (Naciones Unidas. 2000; 1.3).

En consecuencia, en el presente capítulo se analiza la estructura básica del modelo de insumo-producto desde la perspectiva teórica, tanto en unidades físicas como monetarias, siendo esta última la que constituye el centro de atención de la transformación de las estructuras asimétricas en unidades monetarias a una estructura simétrica en unidades monetarias cuya pretensión es estimar la matriz de insumo-producto teórica que se conceptualiza en los siguientes párrafos.

I.2.1 Estructura básica de la matriz de insumo-producto en unidades físicas[9]

La configuración de la matriz de insumo-producto en unidades físicas se muestra en los esquemas I.2.1 y I.2.2, que representan la estructura productiva de la economía. Se supone que cada actividad productiva elabora un sólo producto, por lo que la matriz de consumo intermedio o matriz simétrica de uso intermedio de productos en unidades físicas ($\mathbf{U}_{pxp,uf}$) es cuadrada de dimensiones producto-por-producto y simétrica[10]. Cada elemento $\mathbf{U}_{pxp,uf,i,j}$ muestra el total – en unidades físicas – del producto i que se utiliza como insumo para la

[9] Esta sección y las siguientes de este capítulo, están basadas en Kyn Oldrich (1985), pero se han realizado adaptaciones y cambios a la versión original y se han agregado algunos temas, así que los errores y omisiones son responsabilidad exclusiva del autor de esta tesis.

[10] Al igual que en el capítulo anterior, se supone que los productores no realizan ninguna producción secundaria; sólo producen sus productos principales o característicos y, en consecuencia, la distinción entre actividades productivas y productos es irrelevante. Formalmente, esto implica el supuesto de que no hay producción conjunta. Es decir, en cada actividad productiva se obtiene sólo un producto homogéneo, el cual es distinto al que se produce en el resto de las actividades productivas. Además, implícitamente suponemos que sólo existe una tecnología para la producción de cada producto y – para todo i y j – $\mathbf{u}_{i,j} \geq 0$ y $\mathbf{q}_j \geq 0$.

producción total – en unidades físicas – del producto j (q_j); por ello hablamos de una matriz de insumo-producto simétrica producto-por-producto.

En la matriz de insumo producto en unidades físicas, cada renglón representa un único producto que se utiliza para diferentes propósitos, ya sea como insumo o como producto para la demanda final; por ello, en cada renglón todas las cantidades físicas están expresadas en las mismas unidades de medida. Asimismo, si comparamos diferentes renglones – que representan diferentes productos – podríamos constatar que algunos están expresados en diferentes unidades de medida.

<u>Definiciones I.2.1.</u> Vectores de la matriz de insumo-producto en unidades físicas. Las variables del esquema I.2.1 se pueden representar en notación matricial de la siguiente manera: el vector de producción bruta en unidades físicas para los n productos: $q_{p,uf}' = (q_{p,uf,1}, q_{p,uf,2}, \ldots, q_{p,uf,n})$; el vector de demanda intermedia en unidades físicas para los n productos: $m_{p,uf}' = (m_{p,uf,1}, m_{p,uf,2}, \ldots, m_{p,uf,n})$ y el vector de demanda final en unidades físicas para los n productos: $f_{p,uf}' = (f_{p,uf,1}, f_{p,uf,2}, \ldots, f_{p,uf,n})$.

Esquema I.2.1 Matriz de insumo producto en unidades físicas

Productos		Productos 1 2 . . . . n	Demanda intermedia	Demanda final	Producción Total
Productos	1	$U_{pxp,uf,1,1}, U_{pxp,uf,1,2}, \ldots U_{pxp,uf,1,n}$	$m_{p,uf,1}$	$f_{p,uf,1}$	$q_{p,uf,1}$
	2	$U_{pxp,uf,2,1}, U_{pxp,uf,2,2}, \ldots U_{pxp,uf,2,n}$	$m_{p,uf,2}$	$f_{p,uf,2}$	$q_{p,uf,2}$
	.	. . . .	.	.	.
	.	. . . .	.	.	.
	.	. . . .	.	.	.
	.	. . . .	.	.	.
	.	. . . .	.	.	.
	n	$U_{pxp,uf,n,1}, U_{pxp,uf,n,2}, \ldots U_{pxp,uf,n,n}$	$m_{p,uf,n}$	$f_{p,uf,n}$	$q_{p,uf,n}$

Esquema I.2.2 Matriz de flujos intermedios en unidades físicas

	Productos	Productos 1 2 . . . . . . .n
$U_{pxp,uf} =$	1	$U_{pxp,uf,1,1}, U_{pxp,uf,1,2}, \ldots U_{pxp,uf,1,n}$
	2	$U_{pxp,uf,2,1}, U_{pxp,uf,2,2}, \ldots U_{pxp,uf,2,n}$
	.	. . . .
	.	. . . .
	.	. . . .
	.	. . . .
	.	. . . .
	n	$U_{pxp,uf,n,1}, U_{pxp,uf,n,2}, \ldots U_{pxp,uf,n,n}$

I.2.2 Modelo simétrico básico de insumo-producto para la producción en unidades físicas

Como se describió en el capítulo anterior, el análisis de insumo-producto se convirtió en un instrumento (de análisis) económico cuando Leontief introdujo un supuesto de funciones de producción lineales de coeficientes fijos que relacionan los insumos usados por una actividad económica en cada columna con su flujo de productos; es decir, para una unidad del producto de cada actividad productiva, se requiere una cantidad fija de cada insumo. Esto es, se supone que los insumos que se utilizan en la elaboración de un producto están relacionados por una función de producción lineal de coeficientes fijos, rendimientos constantes a escala y elasticidad de sustitución igual a cero. Con este supuesto, las relaciones de insumo y producto se transforman en relaciones técnicas y cada columna de un cuadro de coeficientes de insumo-producto en unidades físicas representa una técnica de producción. A continuación se describe el modelo completo.

<u>Definición I.2.2.Coeficientes técnicos.</u> El coeficiente técnico $a_{i,j}$ representa el requerimiento mínimo en unidades físicas del producto i – tecnológicamente determinado – para la producción de una unidad física del producto j; $a_{i,j} \geq 0$.

<u>Supuesto I.2.1.</u> La función de producción de Leontief (coeficientes fijos), se usa en forma generalizada en todos los procesos productivos. La ecuación para el producto j es:

$$q_j = \min\left(U_{pxp,uf,1,j}/a_{1,j},\ U_{pxp,uf,2,j}/a_{2,j},\ U_{pxp,uf,3,j}/a_{3,j},\ \ldots,\ U_{pxp,uf,n,j}/a_{n,j}\right) \qquad \text{(I.2.1)}$$

Las funciones de producción de Leontief se pueden representar en notación matricial con la matriz simétrica de uso intermedio de productos en unidades físicas de la siguiente manera:

$$U_{pxp,uf} = A_{pxp,uf}\,\mathrm{diag}(q_{p,uf}) \tag{I.2.2}$$

Que determina la matriz de coeficientes técnicos:

$$A_{pxp,uf} = U_{pxp,uf}\,\mathrm{diag}(q_{p,uf})^{-1} \tag{I.2.3}$$

Donde $a_{i,j}$ (elemento de la matriz $A_{pxp,uf}$) es el coeficiente técnico o coeficiente de insumo-producto de la definición I.2.1.

<u>*Supuesto I.2.2.*</u> No hay desperdicio en los procesos productivos. Esto es, la cantidad total – en unidades físicas – del producto i que se utiliza como insumo para la producción total – en unidades físicas – del producto j $(U_{pxp,uf,i,j})$ no puede ser menor; de otra manera implicaría desperdicio de insumos.

Así, la cantidad mínima del producto i $(U_{pxp,uf,i,j})$, requerido para producir una cierta cantidad del producto j $(q_{p,uf,j})$, se determina de la siguiente manera:

$$U_{pxp,uf,i,j} = a_{i,j}\ q_{p,uf,j} \quad ; \quad \text{para: } i = 1,2, \ldots, n\ ; \quad j = 1,2, \ldots, n \tag{I.2.4}$$

<u>*Supuesto I.2.3*</u>. Todos los mercados están en equilibrio en unidades físicas. Es un supuesto fundamental del modelo; es la identidad que lo determina.

Para cada producto i la identidad oferta-demanda en unidades físicas. En efecto, cada fila constituye una igualdad que establece que la producción del producto i en unidades físicas $(q_{p,uf,i})$ es igual a la suma de los usos de este producto como insumo intermedio en unidades físicas $(m_{p,uf,i})$ y/o para la demanda final en unidades físicas $(f_{p,uf,i})$; en consecuencia, los totales de cada fila (demanda ver esquema I.2.1,son iguales a la producción de cada producto (oferta) en unidades físicas:

$$q_{p,uf,i} = \sum^{n}_{j=1} a_{i,j}\ q_{p,uf,j} + f_{p,uf,i} \ ; \ \text{para: } i = 1,2, ..., n \qquad \text{(I.2.5)}$$

El vector $q_{p,uf}$ es la suma de tales renglones, constituye *el supuesto fundamental del modelo; la identidad oferta-demanda para todos los productos: todos los mercados están en equilibrio* en unidades físicas:

$$\boxed{q_{p,uf} = U_{pxp,uf}\ u + f_{p,uf}} \qquad \text{(I.2.6)}$$

En virtud de que:

$$u = \left(\mathrm{diag}(q_{p,uf})\right)^{-1} \ (q_{p,uf}) \qquad \text{(I.2.7)}$$

Obtenemos:

$$q_{p,uf} = U_{pxp,uf}\ \left(\mathrm{diag}(q_{p,uf})\right)^{-1}\ q_{p,uf} + f_{p,uf} \qquad \text{(I.2.8)}$$

Sustituyendo el supuesto I.2.1. (La función de producción de Leontief de coeficientes fijos $A_{pxp,uf}$) en (I.2.8), de una identidad oferta-demanda para todos los productos obtenemos *la ecuación analítica*:

$$q_{p,uf} = A_{pxp,uf}\, q_{p,uf} + f_{p,uf} \qquad \text{(I.2.9)}$$

A partir de la *la ecuación analítica* I.2.9 *el supuesto fundamental del modelo todos los mercados están en equilibrio* se puede resolver; de I.2.9 derivamos:

$$\boxed{q_{p,uf} - A_{pxp,uf}\, q_{p,uf} = f_{p,uf}} \qquad \text{(I.2.10)}$$

Dado que la matriz de coeficientes $A_{pxp,uf}$ es conocida, el vector de producción $q_{p,uf}$ en el sistema puede resolverse matemáticamente de la siguiente manera; primero simplificamos:

$$(I - A_{pxp,uf})\, q_{p,uf} = f_{p,uf} \qquad \text{(I.2.11)}$$

Donde $(I - A_{pxp,uf})$ es la matriz de Leontief y la matriz $(I - A_{pxp,uf})^{-1} = R_{pxp,uf}$ es la inversa de Leontief[11]. De esta manera, al considerar que el vector de demanda final en unidades físicas $f_{p,uf}$ es determinado exógenamente, entonces es posible resolver el sistema de ecuaciones y encontrar el nivel de producción de las actividades productivas y productos $(q_{p,uf})$ necesario para satisfacer un nivel específico de la demanda final. Si $(I - A_{pxp,uf})^{-1}$ existe, entonces *la solución* sería:

[11] A manera de corolario, si bien por definición $A_{pxp,uf}$ es semipositiva $(A_{pxp,uf} \geq 0)$, $(I - A_{pxp,uf})$ no lo es, excepto en el caso trivial cuando es una matriz diagonal (ver Esquema I.2.3). La matriz de coeficientes técnicos $A_{pxp,uf}$ puede ser singular porque es probable que tenga algunos renglones iguales a cero (los correspondientes a productos que no se utilizan como insumos en ninguna actividad productiva). Sin embargo, incluso en este caso la matriz de Leontief $(I - A_{pxp,uf})$ puede ser no singular. Cabe señalar que si bien es difícil que exista la inversa de la matriz simétrica de coeficientes técnicos en unidades físicas $A_{pxp,uf}$, la inversa de la matriz de Leontief generalmente existe.

$$\boxed{q_{p,uf} = (I - A_{pxp,uf})^{-1} f_{p,uf} = R_{pxp,uf} \; f_{p,uf}} \tag{I.2.12}$$

Teorema I.2.1. La inversa de Leontief existe y es semipositiva ($R_{pxp,uf} \geq 0$) si la tecnología, representada por la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas ($A_{pxp,uf}$), es productiva[12].

Esquema I.2.3 Matriz de Leontief

[12] La inversa de Leontief existe y es semipositiva ($R_{pxp,uf} \geq 0$) si la matriz $A_{pxp,uf} \geq 0$ es productiva. Este teorema no se demuestra en este trabajo, pero está ligado al ampliamente conocido teorema de Frobenius y Perron. Tanto el teorema de Frobenius y Perron como las condiciones de productividad de la matriz de coeficientes técnicos, están contenidos en Kyn Oldrich (1985). Véase también Gantmacher, Felix R. (1959 y 1960), Gantmacher, Felix R. (1959) y la literatura especializada donde se establecen las condiciones para la productividad de una matriz semipositiva como la matriz $A_{pxp,uf}$.

$$I - A_{pxp,uf} = \begin{array}{c|lllr}
1 & 1-a_{1,1} & -a_{1,2} & \ldots\ldots\ldots & -a_{1,n} \\
2 & -a_{2,1} & 1-a_{2,2} & \ldots\ldots\ldots & -a_{2,n} \\
. & . & . & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & \\
. & . & . & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & \\
. & . & . & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & \\
. & . & . & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & \\
. & . & . & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & \\
n & -a_{n,1} & -a_{n,2} & \ldots\ldots\ldots & 1-a_{n,n}
\end{array}$$

Derivado de este teorema – si la tecnología es productiva – entonces: a) si el vector de demanda final es semipositivo el vector del nivel de producción de las actividades productivas y productos también es semipositivo y b) si el vector de demanda final es estrictamente positivo el vector del nivel de producción de las actividades productivas y productos también es estrictamente positivo.En ambos casos el sistema tiene una solución económicamente aceptable:

$$f_{p,uf} \geq 0 \quad => \quad q_{p,uf} \geq 0 \qquad \text{(I.2.13)}$$

$$f_{p,uf} > 0 \quad => \quad q_{p,uf} > 0 \qquad \text{(I.2.14)}$$

I.2.3 Interpretación económica y propiedades de la inversa de Leontief en unidades físicas

Hemos definido la inversa de Leontief de la siguiente manera:

$$R_{pxp,uf} = (I - A_{pxp,uf})^{-1} \qquad \text{(I.2.15)}$$

Teorema I.2.2. Si $A_{pxp,uf}$ es productiva y sólo en ese caso:

a) $(A_{pxp,uf})^k \geq 0$ y b) $\lim_{k\to\infty} (A_{pxp,uf})^k = 0$

Estas dos propiedades garantizan que $\lim_{k\to\infty} \sum_{z=1}^{k} (I - (A_{pxp,uf})^z)$ sea una matriz semipositiva finita[13].

[13] Para la demostración de este teorema véase Gantmacher, Felix R. (1959 y 1960), Gantmacher, Felix R. (1959) y la literatura especializada para una matriz semipositiva, como es el caso de la matriz $A_{pxp,uf}$.

Teorema I.2.3. La inversa de Leontief es igual a la suma de la matriz identidad y la sumatoria $\sum_{z=1}^{k} (\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{pxp,uf})^{z})$

$$\mathbf{R}_{pxp,uf} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{3} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{4} \ldots\ldots) \quad (I.2.16)$$

Demostración Teorema I.2.3. La demostración requiere sólo premultiplicar la inversa de Leontief $\mathbf{R}_{pxp,uf} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})^{-1}$ por la matriz de leontief $(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{pxp,uf})$, cuyo resultado, por definición es igual a la matriz identidad; es decir:

$$\mathbf{I} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})\ (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})^{-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})\ (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{3} + \ldots)$$
$$= \mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf} - \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2} - \mathbf{A}_{pxp,uf}^{3} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{3} + \ldots 0 = \mathbf{I} \quad (I.2.17)$$

Q.E.D.

Como addendum a esta demostración anotamos las siguientes obvias derivaciones:

$$\mathbf{I} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{pxp,uf})\mathbf{R}_{pxp,uf} = \mathbf{R}_{pxp,uf} - \mathbf{A}_{pxp,uf}\ \mathbf{R}_{pxp,uf} \Rightarrow \mathbf{R}_{pxp,uf} = \mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf}\ \mathbf{R}_{pxp,uf} \quad (I.2.18)$$

$$\mathbf{A}_{pxp,uf}\ \mathbf{R}_{pxp,uf} = \mathbf{A}_{pxp,uf}\ (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf}\ \mathbf{R}_{pxp,uf}) = \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2}\ \mathbf{R}_{pxp,uf} \Rightarrow \mathbf{R}_{pxp,uf} = \mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf}^{2}\ \mathbf{R}_{pxp,uf} \quad (I.2.19)$$

Estas ecuaciones nos permiten entender el significado de la inversa de Leontief.

Tomemos la solución al sistema; de I.2.12:

$$\boxed{q_{p,uf} = R_{pxp,uf}\ f_{p,uf}} \tag{I.2.20}$$

Y sustituyamos $R_{pxp,uf}$:

$$q_{p,uf} = R_{pxp,uf}\ f_{p,uf} = (I + A_{pxp,uf} + A_{pxp,uf}{}^{2} + A_{pxp,uf}{}^{3} + ...)\ f_{p,uf} = f_{p,uf} + A_{pxp,uf}\ f_{p,uf} + A_{pxp,uf}{}^{2}\ f_{p,uf} + A_{pxp,uf}{}^{3}\ f_{p,uf} + ... \tag{I.2.21}$$

Los productos intermedios o insumos requeridos directamente para producir $f_{p,uf}$, es decir la primera ronda de insumos necesarios para producir $f_{p,uf}$ (insumos directos = $m^{(1)}$) se determina mediante la siguiente ecuación:

$$m_{p,uf}{}^{(1)} = A_{pxp,uf}\ f_{p,uf} \tag{I.2.22}$$

Asimismo, los productos intermedios necesarios para producir $m_{p,uf}{}^{(2)}$; es decir, los insumos necesarios para la producción de los insumos necesarios para producir $f_{p,uf}$ – la segunda ronda de insumos ($m_{p,uf}{}^{(2)}$) – se obtiene de la siguiente manera:

$$m_{p,uf}{}^{(2)} = A_{pxp,uf}{}^{2}\ f_{p,uf} = A_{pxp,uf}\ m_{p,uf}{}^{(1)} \tag{I.2.23}$$

Y así sucesivamente hasta la kaésima ronda de insumos ($m^{(k)}$):

$$m_{p,uf}{}^{(k)} = (A_{pxp,uf})^{k}\ f_{p,uf} = A_{pxp,uf}\, m_{p,uf}{}^{(k-1)} \tag{I.2.24}$$

$$m_{p,uf}^{(3)} = A_{pxp,uf}^{3}\, f_{p,uf} = A_{pxp,uf}^{2}\, m_{p,uf}^{(1)} = A_{pxp,uf}\, m_{p,uf}^{(2)}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$m_{p,uf}^{(k)} = (A_{pxp,uf})^{k}\, f_{p,uf} = A_{pxp,uf}\, m_{p,uf}^{(k-1)} \quad \text{Que sería la kaésima ronda de insumos}$$

Las ecuaciones de las rondas de productos intermedios necesarios (I.2.22), (I.2.23) y (I.2.24), etc., nos permiten reescribir la solución al sistema en dos versiones, lo que a su vez, nos proporciona –mediante la comparación de éstas- una interpretación sin ambigüedades de la inversa de Leontief ($R_{pxp,uf}$)[14]:

$$\begin{array}{cccccccc}
q_{p,uf} = & f_{p,uf} + & m_{p,uf}^{(1)} + & m_{p,uf}^{(2)} + & m_{p,uf}^{(3)} + & \ldots & \\
 & & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\
\updownarrow\ \text{Producción total} & \updownarrow\ \text{Demanda final} & \updownarrow\ \text{Insumos directos} & & \text{Insumos indirectos} & & \\
 & & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
q_{p,uf} = & (I + & A_{pxp,uf} + & A_{pxp,uf}^{2} + & A_{pxp,uf}^{3} + & \ldots) & f_{p,uf}
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
\text{Composición de } R_{pxp,uf}: & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
R_{pxp,uf} = & I + & A_{pxp,uf} + & A_{pxp,uf}^{2} + & A_{pxp,uf}^{3} + & \ldots \\
 & \downarrow & \downarrow & \swarrow & & \\
R_{pxp,uf} = & I + & \underbrace{A_{pxp,uf} + A_{pxp,uf}^{2}}\, R_{pxp,uf} & & & \\
 & \downarrow & \swarrow & & & \\
R_{pxp,uf} = & I + & A_{pxp,uf}\, R_{pxp,uf} & & &
\end{array}$$

---

[14] Ver ejemplo en el apéndice 2.

Las estructuras de insumos representadas en la matriz simétrica de coeficientes técnicos en unidades monetarias $A_{pxp,um}$ y analizadas en el capítulo anterior, muestran el tipo y la cantidad en unidades monetarias de los diversos insumos que requiere cada actividad productiva para producir una unidad monetaria de su producto, pero no indican nada acerca de los efectos indirectos. Recordemos que la norma internacional establece un ejemplo muy ilustrativo:

> "el efecto de la producción de un vehículo automotor no cesa en el acero, los neumáticos y otros componentes que se requieren. Genera una larga cadena de interacción en los procesos de producción, puesto que hay que producir cada uno de los productos usados como insumo y éstos a su vez necesitarán varios insumos. La producción de los neumáticos, por ejemplo, requiere caucho, acero y tela, etc. que, a su vez necesitan varios productos como insumos, incluido el servicio de transporte prestado por los vehículos automotores que hace necesaria la producción de estos vehículos en primer lugar. Un ciclo de necesidades de insumos requiere otro ciclo de insumos que a su vez requiere otro ciclo más. Esta cadena de interacciones sigue hasta el infinito. Pero la suma de todas estas reacciones en cadena se determina a partir del valor de la inversa de Leontief". (Naciones Unidas. 2000; 1.15).

I.2.4 Modelo simétrico básico de insumo-producto para la producción en unidades monetarias: Modelo primario

Multiplicando cada renglón de la matriz de insumo-producto en unidades físicas por el precio de cada producto – según corresponda – obtenemos la matriz de insumo-producto en unidades monetarias ilustrada en el esquema I.2.4. De esta manera todas las celdas quedan expresadas en unidades monetarias. En seguida se especifica el modelo completo.

<u>Supuesto I.2.4.</u> Los precios son idénticos para todos los elementos de un renglón cualquiera; i. e., los componentes del consumo intermedio y la demanda final correspondientes a un renglón. Los precios son de mercado y sirven como unidades de medida contables.

<u>Definiciones I.2.3.</u> Vectores de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias relacionados con los vectores de la matriz de insumo-producto en unidades físicas y convertidos a unidades monetarias con el vector de precios:

Vector de precios de los distintos productos en unidades monetarias:

$$p_p' = (p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n)' \qquad \text{(I.2.25)}$$

Vector de producción en unidades monetarias:

$$q_{p,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, q_{p,uf} = \mathrm{diag}(p_p)\, (q_{p,uf,1}, q_{p,uf,2}, \ldots, q_{p,uf,n}) \qquad \text{(I.2.26)}$$

Los elementos típicos de $q_{p,um}$ son: $q_{p,um,i} = p_i\, q_{p,uf,i}$

Vector de demanda final en unidades monetarias:

$$f_{p,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, f_{p,uf} = \mathrm{diag}(p_p)\, (f_{p,uf,1}, f_{p,uf,2}, \ldots, f_{p,uf,n}) \qquad \text{(I.2.27)}$$

Los elementos típicos de $f_{p,um}$ son: $f_{p,um,i} = p_i\, f_{p,uf,i}$

Vector de demanda intermedia total de productos utilizados en unidades monetarias:

$$m_{p,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, m_{p,uf} = \mathrm{diag}(p_p)\, (m_{p,uf,1}, m_{p,uf,2}, \ldots, m_{p,uf,n})' \qquad \text{(I.2.28)}$$

Los elementos típicos de $m_{p,um}$ son: $m_{p,um,i,j} = p_i\, m_{p,uf,i}$

Matriz de uso intermedio total de productos en unidades monetarias:

$$U_{pxp,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, U_{pxp,uf} \qquad \text{(I.2.29)}$$

Esquema I.2.4 Matriz de insumo-producto en unidades monetarias

	1 2 ... n	Demanda intermedia	Demanda final	Producción
1	$U_{pxp,um1,1,}$ $U_{pxp,ufm1,2,}$ . . $U_{pxp,ufm,1,n}$	$m_{p,um,1}$	$f_{p,um,1}$	$q_{p,um,1}$
2	$U_{pxp,um,2,1,}$ $U_{pxp,um,2,}$ . . . $U_{pxp,um,2,n}$	$m_{p,um,2}$	$f_{p,um,2}$	$q_{p,um,2}$
.	. . . .	.	.	.
.	. . . .	.	.	.
.	. . . .	.	.	.
.	. . . .	.	.	.
.	. . . .	.	.	.
n	$U_{pxp,um,n,1,}$ $U_{pxp,um,n,2,}$ . . . $U_{pxp,um,n,n}$	$m_{p,um,n}$	$f_{p,um,n}$	$q_{p,um,n}$
Consumo intermedio	s_1 s_2 ... s_n	ω_{ci}		
Valor agregado	v_1 v_2 ... v_n		ω_f	
Producción	q_1 q_2 ... q_n			ω_q

Nótese que la demanda intermedia de productos en unidades monetarias es igual a la suma de los renglones de la matriz de consumo intermedio en unidades monetarias, en virtud de que:

$$m_{p,uf} = U_{pxp,uf}\, u \Rightarrow m_{p,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, m_{p,uf} = \mathrm{diag}(p_p)\, U_{pxp,uf}\, u \quad (I.2.30)$$

Para el caso de la matriz de consumo intermedio en unidades monetarias Los elementos típicos son:

$$U_{pxp,um,i,j} = p_i\, U_{pxp,uf,i,j} \quad (I.2.31)$$

__Definiciones I.2.4.__ Otros vectores de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias. Hay otras identidades que no se podrían formular para el caso del modelo en unidades físicas:

__Vector de consumo intermedio total utilizado para la producción de cada producto en unidades monetarias__:

$$s_p' = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \quad (I.2.32)$$

Es decir:

$$s_p' = u'\, \mathrm{diag}(p_p)\, U_{pxp,uf} \quad (I.2.33)$$

Así, el vector de consumo intermedio total utilizado para la producción de cada producto en unidades monetarias calculado en función de la matriz de consumo intermedio en unidades monetarias:

$$s_p' = u'\, U_{pxp,um} \quad (I.2.34)$$

Vector de valor agregado en la producción de cada producto en unidades monetarias:

$$v_{p,um}{}' = (v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_n) \qquad (I.2.35)$$

Vector de producción en unidades monetarias calculado por costos:

$$q_{p,um}{}' = s_p{}' + v_{p,um}{}' \qquad (I.2.36)$$

Definiciones I.2.5. Agregados económicos. Las identidades previamente descritas nos permiten obtener los siguientes agregados económicos:

Consumo intermedio total en unidades monetarias:

$$\omega_{ci} = u'\ \mathrm{diag}(p_p)\ m_{p,uf} = u'\ s_p \qquad (I.2.37)$$

$$\omega_{ci} = s_p{}'u = u'\mathrm{diag}(p_p)\ U_{pxp,uf}\ u = u'\ m_{p,um} \qquad (I.2.38)$$

El producto interno bruto (PIB) total en unidades monetarias en una economía cerrada y sin impuestos ni subsidios:

$$\omega_f = \omega_q - \omega_{ci} = v_{p,um}{}'u \qquad (I.2.39)$$

Valor bruto de producción total en unidades monetarias:

$$\omega_q = \omega_f + \omega_{ci} \qquad (I.2.40)$$

$$\omega_q = p_p{}' \; q_{p,uf} = u' \; q_{p,um} \tag{I.2.41}$$

Consumo intermedio total:

$$\omega_{ci} = p_p{}' m_{p,uf} = u' \; m_{p,um} = s_p{}' u \tag{I.2.42}$$

Producto interno bruto agregado:

$$\omega_f = p_p{}' f_{p,uf} = u' \; q_{p,um} - u' \; s_p = v_{p,um}{}' u \tag{I.2.43}$$

Nótese también que el vector de demanda final en unidades monetarias es siempre igual - por definición - al valor agregado total. Es decir, en virtud de que:

$$q_{p,um} = m_{p,um} + f_{p,um} \tag{I.2.44}$$

Y:

$$v_{p,um}{}' = q_{p,um}{}' - s_p{}' \tag{I.2.45}$$

Entonces:

$$\omega_f = u' f_{p,um} = u' q_{p,um} - u' m_{p,um} = \omega_q - \omega_{ci} = q_{p,um}{}' u - s_p{}' u = v_{p,um}{}' u \tag{I.2.46}$$

Supuesto I.2.5. Si suponemos que:

$$p_p \geq 0, \qquad q_{p,uf} \geq 0, \qquad U_{pxp,uf} \geq 0$$

Entonces:

$$q_{p,um} \geq 0; \quad m_{p,uf} \geq 0; \quad m_{p,um} \geq 0; \quad s_p \geq 0; \quad U_{pxp,um} \geq 0$$

Supuesto I.2.6. Todos los mercados están en equilibrio. Es un supuesto fundamental del modelo en unidades monetarias; es la identidad que lo determina.

La ecuación (I.2.30) nos permite obtener el vector de demanda intermedia de productos en unidades monetarias sumando los renglones de la matriz de consumo intermedio:

$$m_{p,um} = U_{pxp,um}\, u \qquad \text{(I.2.47)}$$

Premultiplicando por diag(p_p) la identidad de equilibrio en todos los mercados en unidades físicas (ecuación I.2.6, que se reproduce):

$$q_{p,uf} = U_{pxp,uf}\, u + f_{p,uf} \qquad \text{(I.2.48)}$$

Supuesto I.2.7. Todos los mercados están en equilibrio en unidades monetarias es un supuesto fundamental del modelo. Es la identidad en unidades monetarias que lo determina.

Para cada producto i la identidad oferta-demanda en unidades monetarias. En efecto, cada fila constituye una igualdad que establece que la producción del producto i en unidades monetarias ($q_{p,um,i}$) es igual a la suma de los usos de este producto como insumo intermedio en unidades monetarias ($m_{p,um,i}$) y/o para la demanda final en unidades monetarias ($f_{p,um,i}$); en consecuencia, los totales de cada fila (demanda) son iguales a la producción de cada producto (oferta) en unidades físicas:

$$q_{p,um,i} = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \; q_{p,um,j} + f_{p,um,i} \quad ; \quad \text{para: } i = 1,2, \ldots, n$$

El vector $q_{p,um}$ es la suma de tales renglones, constituye *el supuesto fundamental del modelo; la identidad oferta-demanda para todos los productos: todos los mercados están en equilibrio en unidades monetarias*. En este caso $a_{i,j}$ está definido en unidades monetarias.

De otra manera, mediante la sustitución de las ecuaciones (I.2.26), (I.2.27) y (I.2.29), obtenemos *la identidad fundamental oferta-demanda para todos los productos : todos los mercados están en equilibrio en unidades monetarias*[15]:

$$\boxed{q_{p,um} = U_{pxp,um}\, u + f_{p,um}} \qquad \text{(I.2.49)}$$

Premultiplicando la ecuación I.2.2 por diag(p) y utilizando el hecho de que el vector unitario u es igual a $\mathrm{diag}(p_p)^{-1}\mathrm{diag}(p_p)$, obtenemos:

[15] En esta igualdad el valor de la producción del producto i, $q_{p,ufm,i}$, equivale a la suma de las ventas intermedias y finales.

$$\mathrm{diag}(p_p)\, U_{pxp,uf} = \mathrm{diag}(p_p)\, A_{pxp,uf}\, \mathrm{diag}(q_{p,uf}) = \mathrm{diag}(p_p)\, A_{pxp,uf}\, \mathrm{diag}(p_p)^{-1}\, \mathrm{diag}(p_p)\mathrm{diag}(q_{p,uf}) \qquad (I.2.50)$$

Pero la matriz de consumo intermedio en valores monetarios de la ecuación I.2.29 que se reproduce, nos indica que:

$$U_{pxp,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, U_{pxp,uf} \qquad (I.2.51)$$

Y también podemos determinar (véase ecuación I.2.26), que:

$$\mathrm{diag}(q_{p,um}) = \mathrm{diag}(p_p)\, \mathrm{diag}(q_{p,uf}) \qquad (I.2.52)$$

__Supuesto I.2.8__. Si definimos la matriz de coeficientes técnicos en unidades monetarias:

$$A_{pxp,um} = \mathrm{diag}(p_p)\, A_{pxp,uf}\, \mathrm{diag}(p_p)^{-1} \qquad (I.2.53)$$

Y suponemos que los precios relativos permanecen constantes, podemos representar las funciones de producción de Leontief de coeficientes fijos, en unidades monetarias de la siguiente manera:

$$U_{pxp,um} = A_{pxp,um}\, \mathrm{diag}(q_{p,um}) \qquad (I.2.54)$$

__Teorema I.2.4__ La identidad fundamental oferta-demanda para todos los productos que muestra que todos los mercados están en equilibrio en unidades monetarias es una ecuación analítica que relaciona el vector de valor bruto de producción ($q_{p,um}$) con la matriz de coeficientes técnicos en unidades monetarias ($A_{pxp,um}$) y la demanda final en unidades monetarias ($f_{p,um}$).

Demostración Teorema I.2.4. A partir de las ecuaciones I.2.49, y 1.2.54 sabemos que :

$$q_{p,um} = A_{pxp,um}\, \mathrm{diag}(q_{p,um})\ u + f_{p,um}$$

Así, *la identidad fundamental oferta-demanda para todos los productos : todos los mercados están en equilibrio en unidades monetarias* se convierte en la ecuación analítica del modelo primario en unidades monetarias:

$$\boxed{q_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um}} \qquad \text{(I.2.55)}$$

Q.E.D.

De esta manera, al considerar que el vector de demanda final en unidades monetarias $f_{p,um}$ es exógeno, entonces es posible resolver el sistema de ecuaciones y encontrar el nivel de producción de las actividades productivas y productos ($q_{p,um}$) necesario para satisfacer un nivel específico de la demanda final. Si $(I - A_{pxp,uf})^{-1}$ existe, entonces *la solución* sería:

$$\boxed{q_{p,um} = (I - A_{pxp,um})^{1} f_{p,um}} \qquad \text{(I.2.56)}$$

I.2.5 El modelo dual básico para los precios por producto para la ecuación del modelo primario en unidades físicas

Teorema I.2.5. La ecuación de precios del modelo dual es función de la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas.

Demostración Teorema I.2.5. El modelo en unidades monetarias también permite la formulación de un modelo de ecuaciones dual (ecuaciones de precios). A partir de la definición I.2.36 y considerando la ecuación I.2.34 obtenemos:

$$q_{p,um}' = u' \ U_{pxp,um} + v_{p,um}' \qquad \text{(I.2.57)}$$

Si utilizamos esta identidad, la identidad $diag(q_{p,um})^{-1}\ diag(q_{p,um}) = I$, las definiciones I.2.53 y I.2.54 para obtener la matriz de coeficientes técnicos en unidades monetarias y la definición I.2.52, obtenemos:

$$q_{p,um}' = u' \ U_{pxp,um}\ diag(q_{p,um})^{-1}\ diag(q_{p,um}) + v_{p,um}' = u' A_{pxp,um}\ diag(q_{p,um}) + v_{p,um}' = u' diag(p_p)\ A_{pxp,uf}\ diag(p_p)^{-1} diag(p_p)\ diag(q_{p,uf}) + v_{p,um}' \qquad \text{(I.2.58)}$$

Ahora postmultiplicamos la ecuación anterior por $diag(q_{p,uf})^{-1}$:

$$q_{p,um}' diag(q_{p,uf})^{-1} = p_p' \ A_{pxp,uf} + v_{p,um}' diag(q_{p,uf})^{-1} \qquad \text{(I.2.59)}$$

Pero como el vector de valor agregado por unidad física de producto en unidades monetarias se define:

$$v_{pxuf}' = v_{p,um}' \ diag(q_{p,uf})^{-1} \qquad \text{(I.2.60)}$$

Y como los precios se determinan mediante la siguiente ecuación:

$$q_{p,um}' diag(q_{p,uf})^{-1} = p_p' \qquad \text{(I.2.61)}$$

Entonces I.2.59 se convierte en la ecuación del modelo dual; ecuación de precios con la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas:

$$\boxed{p_p' = p_p' \, A_{pxp,uf} + v_{pxuf}'} \qquad (I.2.62)$$

Q.E.D.

Esta ecuación de precios es dual a la ecuación I.2.9 del modelo primario en unidades físicas que reproducimos:

$$\boxed{q_{p,uf} = A_{pxp,uf} \, q_{p,uf} + f_{p,uf}} \qquad (I.2.63)$$

La ecuación de precios relaciona los precios con los valores agregados en unidades monetarias por unidad física producida. Para una cierta tecnología, representada por la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas $A_{pxp,uf}$, cada vector de valor agregado en unidades monetarias por unidad física producida determina únicamente un vector de precios p_p'. Como antes podemos resolver este problema.

Dado un vector de valor agregado $v_{p,puf}'$ encontrar el valor de precios que satisfaga I.2.62.

La solución, suponiendo que $A_{pxp,uf}$ es productiva, sería:

$$\boxed{p_p' = v_{pxuf}' (I - A_{pxp,uf})^{-1} = v_{pxuf}' \, R_{pxp,uf}} \qquad (I.2.64)$$

Es evidente que, para cada $v_{pxuf}' \geq 0$ existe un único $p_p' \geq 0$, dado que $R_{pxp,uf} \geq 0$. Como antes, también podemos escribir:

$$p_p{}' = v_{pxuf}{}'(I + A_{pxp,uf} + A_{pxp,uf}{}^2 + A_{pxp,uf}{}^3 + \ldots) \quad \text{(I.2.65)}$$

Alternativamente:

$$p_p{}' = v_{pxuf}{}' + v_{pxuf}{}' A_{pxp,uf} + v_{pxuf}{}' A_{pxp,uf}{}^2 + v_{pxuf}{}' A_{pxp,uf}{}^3 + \ldots \quad \text{(I.2.66)}$$

Donde $v_{p,pxuf}{}'$ es el valor agregado en la última etapa de la producción de los productos; $v_{p,pxuf}{}' A_{pxp,uf}$ es el valor agregado de la producción de los insumos directos y $v_{pxuf}{}' A_{pxp,uf}{}^2 + v_{pxuf}{}' A_{pxp,uf}{}^3 + \ldots$ es el valor agregado en la producción de los insumos indirectos.

Así también, el precio sólo es valor agregado acumulado; i. e., la suma del valor agregado de la última etapa del proceso productivo y de las etapas previas, materializado en los insumos directos e indirectos.

Existe cierta asimetría entre la ecuación primaria en unidades monetarias:

$$\boxed{q_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um}} \quad \text{(I.2.67)}$$

Y la ecuación dual que se deriva del teorema I.2.5:

$$\boxed{p_p{}' = p_p{}' A_{pxp,uf} + v_{pxuf}{}'} \quad \text{(I.2.68)}$$

En el primer caso se usa la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades monetarias ($A_{pxp,um}$), mientras que en el segundo caso se usa la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades físicas ($A_{pxp,uf}$).

Por ello, la ecuación I.2.68 es la ecuación dual a la ecuación I.2.9 del modelo primario en unidades físicas que reproducimos nuevamente:

$$\boxed{q_{p,uf} = A_{pxp,uf}\, q_{p,uf} + f_{p,uf}} \qquad \text{(I.2.69)}$$

I.2.6 Estructura básica de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias y el modelo dual básico para los precios del año base ($P_{p,b}$) y los precios calculados por producto ($P_{p,c}$)

Veamos ahora si es posible formular la verdadera ecuación dual a la ecuación primaria en unidades monetarias, que es:

$$\boxed{q_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um}} \qquad \text{(I.2.70)}$$

Es decir, una ecuación de precios que use la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades monetarias ($A_{pxp,um}$), en lugar de la matriz de coeficientes de insumo-producto en unidades físicas ($A_{pxp,uf}$). Esto es posible pero debemos distinguir entre dos conjuntos de precios: los precios del año base y los precios calculados a partir de la ecuación del modelo, antes conocidos en la literatura como precios artificiales (que podrían ser precios planeados o esperados o resultado de un análisis de impacto).

__Definiciones I.2.6.__ Si definimos las siguientes variables:

($P_{p,b}$): *Vector de precios del año base de los distintos productos*; usados en la compilación de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias. Estos no son necesariamente precios vigentes en las operaciones de mercado; pueden ser precios de productor o básicos y deben ser uniformes para todos los productos de cada renglón. Más adelante se trata el tema.

($P_{p,c}$): *Vector de precios de los distintos productos calculados a partir de la ecuación del modelo*.

Es razonable suponer que $p_{p,b} > 0$ y $p_{p,c} \geq 0$, aunque en la mayoría de los casos el vector $p_{p,c}$ también será estrictamente positivo.

Podemos especificar la ecuación dual de precios del modelo en unidades físicas utilizando el vector de precios calculados $p_{p,c}$ en la ecuación I.2.68 del modelo definido líneas arriba; es decir, en la siguiente ecuación los precios calculados sustituyen al vector antes utilizado en el modelo (p_p) (cuya solución es posible si conocemos v_{pxuf}):

$$\boxed{p_{p,c}' = p_{p,c}' \, A_{pxp,uf} + v_{pxuf}} \qquad \text{(I.2.71)}$$

Si postmultiplicamos esta ecuación por diag($p_{p,b}$)$^{-1}$,obtenemos:

$$p_{p,c}' \operatorname{diag}(p_{p,b})^{-1} = p_{p,c}' \, A_{pxp,uf} \operatorname{diag}(p_{p,b})^{-1} + v_{pxuf}' \operatorname{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.72)}$$

E insertamos entre p_c' y $A_{pxp,uf}$ la siguiente matriz identidad:

$$\mathrm{I} = \mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1}\ \mathrm{diag}(p_{p,b}): \qquad \text{(I.2.73)}$$

Obtenemos:

$$p_{p,c}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} = p_{p,c}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1}\ \mathrm{diag}(p_{p,b})\ A_{pxp,uf}\ \mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} + v_{pxuf}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.74)}$$

Definicion I.2.7.

Definimos $p_{p,ind}$, como el vector de índices de precios o precios relativos, cuya función es transformar los precios del año base en precios calculados relativos - con respecto al año base - que se pueden especificar matemáticamente mediante la siguiente ecuación:

$$p_{p,ind}{}' = p_{p,c}{}'\ \mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.75)}$$

Donde un elemento típico del vector $p_{p,ind}$, sería:

$$p_{p,ind,j} = p_{p,c,j} / p_{pb,j} \qquad \text{(I.2.76)}$$

Definiciones I.2.8:

La matriz de insumo-producto valuada a precios del año base que se definió preliminarmente en la ecuación I.1.13 y en la ecuación I.2.53 del supuesto I.2.8:

$$A_{pxp,um} = \mathrm{diag}(p_{p,b})\ A_{pxp,uf}\ \mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.77)}$$

El vector de valor agregado por unidad de producto en unidades monetarias (i. e., por cada unidad monetaria de producción), valuado a precios del año base:

$$v_{pxufb}{}' = v_{pxuf}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.78)}$$

Nótese que:

$$v_{pxufb}{}' = v_{p,um}{}'\,\mathrm{diag}(q_{p,um})^{-1} \qquad \text{(I.2.79)}$$

Teorema I.2.6. La ecuación de precios relativos que relaciona los índices de precios y la matriz de coeficientes técnicos en unidades físicas y el vector de valor agregado por unidad de producto en unidades monetarias, es una ecuación dual para el modelo en unidades monetarias es el modelo dual función de.

Demostración Teorema I.2.6.

Como se señaló, en el modelo básico los precios son sólo unidades de medida para los precios del año base utilizados en la compilación de la matriz de insumo-producto, pero no para los precios del modelo representado en la ecuación:

$$\boxed{p_p{}' = p_p{}'\,A_{pxp,uf} + v_{pxuf}} \qquad \text{(I.2.80)}$$

En la cual los precios se consideran variables.

Si consideramos la ecuación I.2.75, que se reproduce:

$$p_{p,c}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} = p_{p,c}{}'\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1}\,\mathrm{diag}(p_{p,b})\,A_{pxp,uf}\,\mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1}$$

$$+ \, v_{pxuf}{}' \, \mathrm{diag}(p_{p,b})^{-1} \qquad \text{(I.2.81)}$$

Obtenemos:

$$p_{p,ind}{}' = p_{p,ind}{}' \, A_{pxp,um} + v_{pxufb}{}' \qquad \text{(I.2.82)}$$

Q.E.D.

Esta ecuación para los índices de precios, o más bien esta ecuación que relaciona los índices de precios y el vector de valor agregado por unidad de producto en unidades monetarias valuado a precios del año base $v_{pxufb}{}'$, es una ecuación dual para el modelo en unidades monetarias:

$$\boxed{q_{p,um} = A_{pxp,um} \, q_{p,um} + f_{p,um}} \qquad \text{(I.2.83)}$$

(Nótese que $v_{pxufb}{}'$ no es el valor agregado contenido en los precios del año base, más bien es el valor agregado del año en curso o esperado).

Cuando $v_{pxufb}{}'$ es el valor agregado contenido en los precios del año base, entonces los precios calculados serían igual a los precios del año base ($p_c{}' = p_b{}'$), y los índices de precios serían igual a uno ($p_{p,ind}{}' = u'$). En este caso la ecuación I.2.82 tomaría la siguiente forma:

$$u' = u' \, A_{pxp,um} + v_{pxufb}{}' \qquad \text{(I.2.84)}$$

La cual es la identidad del año base y $v_{pxufb}{}'$ sería el valor agregado por unidad monetaria de producción del año base. Nótese que no hay una diferencia importante entre los dos pares de ecuaciones primaria y dual:

Modelos con coeficientes en
unidades físicas

Primario	$q_{p,uf} = A_{upxp,uf}\, q_{p,uf} + f_{p,uf}$
Dual	$p_p{}' = p_p{}' A_{pxp,uf} + v_{pxuf}{}'$

Modelo con coeficientes valuados a
precios del año base

Primario	$q_{p,um} = A_{pxp,um}\, q_{p,um} + f_{p,um}$
Dual	$p_{p,ind}{}' = p_{p,ind}{}' A_{pxp,um} + v_{pxufb}{}'$

Cuando los coeficientes están en unidades físicas ($A_{upxp,uf}$), las cantidades ($q_{p,uf}$, $f_{p,uf}$) también están en unidades físicas y los precios calculados son precios por unidad física de cada producto. Cuando los coeficientes están valuados a precios del año base, las cantidades ($q_{p,um}$, $f_{p,um}$) están en unidades monetarias y los precios calculados se convierten en índices de precios ($p_{p,ind}{}'$)[16].

[16] Si en la materia de insumo-producto no hubiese problemas de agregación de los productos en unidades homogéneas de producción, ambos sistemas serían completamente equivalentes y no habría ninguna razón para preferir uno sobre el otro. Sin embargo, en virtud de que prácticamente siempre tenemos el problema de agregación, el segundo par de ecuaciones es el que debe usarse en la práctica.

PARTE II

LA DERIVACIÓN MATEMÁTICA DE LA MATRIZ SIMÉTRICA DE INSUMO-PRODUCTO EN EL MARCO CENTRAL DEL SISTEMA DE CUENTAS NACIONALES: EL CASO DE LA ECONOMÍA ABIERTA CON LA MATRIZ DE CONSUMO INTERMEDIO IMPORTADO DE DIMENSIÓN PRODUCTO-ACTIVIDAD.

Introducción

En los capítulos I.1 y I.2 se estableció un modelo teórico en torno a una matriz simétrica de insumo producto. Conviene señalar, sin embargo, que tal matriz puede derivarse de los cuadros de oferta y utilización, tema central de la segunda parte de esta disertación: el diseño de una metodología para estimar la matriz simétrica de insumo producto en el caso de la economía abierta.

Se trata de una economía abierta al comercio exterior con el resto del mundo. Requiere transportar los productos desde su lugar de producción hasta su lugar de utilización dentro y fuera del país. Como consecuencia de la propia actividad de transporte que implica unir a los compradores y vendedores de cada producto, es una economía con actividad comercial productiva, cuya función fundamental es la distribución de los productos, por lo cual recibe un pago por prestar este servicio, absolutamente necesario para cumplir el ciclo económico desde la producción hasta el consumo intermedio o final de los productos. Además, es una economía con gobierno que gasta y recauda impuestos y otras contribuciones fiscales y también otorga subsidios. En el caso de México se trata de una República Federal con gobiernos estatales, municipales y federal.

En los capítulos II.1 y II.2 se presenta la estructura de los cuadros de oferta y utilización (COU) para el caso de la economía abierta. Corresponde a las prácticas contables de los principales países y regiones y a la norma establecida por la Organización de Naciones Unidas desde la revisión y ampliación del sistema de cuentas nacionales de 1952 que sirvió de base para el manual conocido como el Sistema de Cuentas Nacionales 68 (Naciones Unidas. 1970) y, por lo tanto, a la realidad y normas internacionales en este campo expresadas en los manuales citados.

A diferencia del tratamiento hipotético que se desarrolló en la primera parte, en la segunda parte los cuadros de oferta y utilización son dos matrices que describen la oferta y utilización – en unidades monetarias – de los bienes y servicios producidos e importados por un país y representan el marco central del sistema de cuentas nacionales que practican los principales países y que ha sido promovido – como se mencionó – por la Organización de Naciones Unidas, a través de la publicación de los dos manuales vigentes: el de contabilidad nacional (Naciones Unidas, Fondo Monetario Internacional, Organización Económica para el Crecimiento y Desarrollo y el Banco mundial, 1993) y otro especializado en el tema de insumo-producto (Naciones Unidas, 2000)[17].

El modelo presentado en los capítulos II.1 y II.2, sirve de base para los capítulos II.3 y II.4 , en los cuales se describe la transformación de los cuadros de oferta y utilización en la matriz simétrica de insumo-producto para el caso de una economía abierta. En el capítulo II.3 se establece el conjunto de ecuaciones y matrices que constituyen la estructura analítica de los cuadros de oferta y utilización, mientras que los métodos matemáticos que se usan para derivar la matriz de insumo-producto simétrica a partir de los COU se analizan en el capítulo II.4.

El modelo presentado en los capítulos II.1, II.2 y II.3 se basa en los principios establecidos en los capítulos 2, 3 y 11 de Naciones Unidas (2000) y el capítulo 15 de Naciones Unidas, et al. (1993). En el capítulo II.1 se describe la estructura conceptual de los COU a precios de comprador. En el capítulo, II.2, se desagregan las distintas ecuaciones para describir a detalle los componentes del cuadro de utilización a precios básicos. En el capítulo II.3 se aborda la estructura analítica de los COU necesaria para la estimación de la matriz simétrica en sus diversas estructuras opcionales. Finalmente, en el capítulo II.4 se desarrolla el tema central de la disertación: la derivación de la matriz simétrica de insumo-producto a partir de la estructura matemática del modelo contable de los cuadros de oferta y utilización para el caso de una economía abierta, contribución sin precedente ante la forma agregada y por lo tanto ambigua y superficial con que se les ha tratado en la literatura normativa de la Organización de Naciones Unidas y en la bibliografía consultada proveniente de las oficinas de estadística de múltiples países, en especial en el caso de la matriz simétrica de importaciones.

---

[17] Como ya se mencionó, es importante destacar que las normas internacionales establecidas por los países europeos también constituyen una fuente central en esta materia; en especial Eurostat (1996) y Eurostat (2002).

La meta es desentrañar las diversas metodologías que son útiles para el cálculo correspondiente a las prácticas contables de los distintos países y a las normas internacionales vigentes relacionadas con esta temática, establecidas por las Naciones Unidas. Para cumplir este propósito, se establece el conjunto de modelos que podrían representar una estimación adecuada de una matriz simétrica de insumo-producto derivada de los cuadros de oferta y utilización o matrices asimétricas de insumo-producto, que significan el "insumo" básico de las Cuentas Nacionales y, al mismo tiempo, para la estimación de la matriz simétrica. Por lo tanto, la metodología para estimar la matriz simétrica de insumo-producto derivada de los cuadros de oferta y utilización (COU) objeto de estudio de los capítulos II.1 y II.2, es el tema central de los capítulos II.3 y II.4 y corresponde con las prácticas contables de los principales países y las normas establecidas por las Naciones Unidas.

Capítulo II.1:

La Estructura de los Cuadros de Oferta y Utilización a Precios de Comprador

Introducción

En este capítulo se describe la estructura conceptual de los COU a precios de comprador (COUpc). En primer lugar, a través de una serie de esquemas mediante los cuales se presentan las estructuras de las variables principales que constituyen los COUpc. En segundo lugar, por primera vez se desarrolla el marco conceptual formal de los COUpc mediante un sistema de vectores y matrices que constituyen las identidades matemáticas que formalizan el modelo contable subyacente a las normas internacionales; ello proporciona, a la vez, el análisis ordenado de la relación entre las diversas variables que aparecen en los COU a precios de comprador y permite extender – en el siguiente capítulo – el modelo contable formal para realizar la conversión de los COUpc a los COU a precios básicos y de ahí – en el capítulo II.4 – a la matriz simétrica de insumo-producto por medios estadísticos y matemáticos.

El modelo contable que se desarrolla en este capítulo contiene una condición de equilibrio fundamental para el sistema económico: la identidad entre la oferta de los distintos productos producidos e importados por un país o región y su demanda o utilización. Una vez cumplida la condición de equilibrio en todos los mercados, es posible demostrar que el cálculo del PIB se puede realizar indistintamente por los tres métodos ampliamente conocidos. Esta es una versión simplificada de los cuadros de oferta y utilización[18].

[18] El diseño de los cuadros de oferta y utilización que aparecen, respectivamente, en los esquemas II.1.1 y II.1.2, no toma en cuenta la identificación de las actividades productivas por las clases de usos de los productos que producen ni el hecho de que las actividades productivas y los productos pueden clasificarse en bienes, servicios de mercado y otros servicios no de mercado. Si bien estos temas son relevantes para los cálculos de la contabilidad nacional, son irrelevantes para el tema que

II.1.1 La valoración en un cuadro de insumo-producto

En virtud de la importancia para los temas que serán tratados así como su aplicación íntegra en la elaboración del modelo contable presentado en éste y los siguientes capítulos de la parte II, primero se aborda un resumen de los conceptos fundamentales de la valoración de las variables que componen los COU.

El caso de las transacciones con productos de origen nacional no exportados.

La valoración de los productos de los COU puede realizarse a través del sistema de precios. De acuerdo con Naciones Unidas existen tres formas de valoración (Naciones Unidas, 2000; 3.2):

- Precio de comprador (π_c)
- Precio de productor (π_p)
- Precio básico (π_b)

La relación entre los diferentes precios es la siguiente (Naciones Unidas, 2000; 3.3):

	Precio de comprador (π_c)
Menos	Márgenes de comercio y de transporte (π_μ)
Igual a:	Precio de productor
Menos	Impuestos sobre los Productos (π_θ)

---

tratamos en esta investigación, en virtud de que los resultados que se obtienen del modelo matemático son aplicables a toda la especificidad y detalles del marco central del sistema de cuentas nacionales.

Más Subsidios a los productos (π_σ)

Igual a: Precio básico

Esto se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

Precio de productor:

$$\pi_p = \pi_c - \pi_\mu \qquad \text{(II.1.1)}$$

Precio básico:

$$\pi_b = \pi_p - (\pi_\theta - \pi_\sigma) = \pi_p - \pi_\theta + \pi_\sigma \qquad \text{(II.1.2)}$$

Por ello, los márgenes de comercio y de transporte son la diferencia entre el precio de comprador y el precio de productor de un producto (Naciones Unidas, 2000; 3.4). En forma matemática esto es:

$$\pi_\mu = \pi_c - \pi_p \qquad \text{(II.1.3)}$$

<u>El caso de las transacciones con productos de origen extranjero y las exportaciones</u>.

Por lo que se refiere a las exportaciones e importaciones, el documento Naciones Unidas, et al. (1993), sugiere conceptos de precios análogos: el precio libre a bordo (f.o.b.) para las exportaciones y para las importaciones totales, costo, seguro y flete (c.i.f.). La diferencia entre los precios f.o.b. y c.i.f. representa los costos de transporte y seguro entre la frontera del país exportador y la del país importador.

El precio f.o.b. se considera el precio de comprador aplicado a los flujos de exportaciones. Este precio, puede considerarse como el precio de comprador que habría de pagar un importador que se hace cargo de los bienes en la frontera del exportador, una vez que se han cargado en un medio de transporte y después del pago de cualquier impuesto a la exportación o de la percepción de cualquier devolución de impuestos.

Por otro lado, el precio c.i.f., es el precio de un bien entregado en la frontera de México, o el precio de un servicio prestado a un residente, antes del pago de cualquier derecho de importación u otros impuestos sobre las importaciones y los márgenes de comercio y de transporte dentro del país.

El precio c.i.f. se considera un precio básico aplicado a los flujos de importaciones, equivalente al precio básico de un bien o servicio producido por productores residentes.

La valoración de un bien o servicio importado que es equivalente al precio de productor de un bien o servicio, producido por los productores residentes, es el total del precio c.i.f. y cualquier derecho de importación, impuesto específico o impuesto especial por pagar sobre las importaciones en la frontera (es el precio de salida de aduana).

Nota adicional sobre el grado de homogeneidad de los distintos precios

Los precios básicos son más homogéneos que los precios de productor que, a su vez, lo son más que los precios de comprador. Por tal motivo, en los capítulos II.2, II.3 y II.4 los productos se miden en la forma más homogénea posible en el cuadro de utilización a precios básicos.

En el caso de los servicios, los precios de productor y de comprador son los mismos, ya que los servicios son vendidos directamente por los productores a los consumidores. Los precios básicos de los servicios son, por supuesto, diferentes de los precios de productor, dado que también existen impuestos sobre los servicios.

II.1.2 Estructura de los cuadros de oferta y utilización

De acuerdo con (Naciones Unidas, 2000), el marco central del sistema de cuentas nacionales lo integran los cuadros de oferta y utilización, cuya estructura en general está definida con claridad en el siguiente párrafo:

> "Este marco está compuesto por dos cuadros: el de oferta y el de utilización, que están estrechamente relacionados. El primero muestra tanto el valor a precio básico de los distintos productos de cada *actividad productiva* (las cursivas son del autor[19]) y la oferta total de cada producto a precio básico y a precio de comprador. El cuadro de utilización muestra el costo de producción de cada *actividad productiva* (las cursivas son del autor), y el uso de cada producto a precio de comprador en la economía. En ambos cuadros, los productos se presentan como filas para ilustrar mejor el saldo de su oferta y utilización en el cuadro de oferta y utilización y del Sistema de Cuentas Nacionales. La oferta de cada producto debe ser igual al uso de ese producto cuando se mide en el mismo precio, y la producción de una *actividad productiva* debe ser igual a su costo de producción: estos dos principios se usan para equilibrar los cuadros de oferta y utilización". (Naciones Unidas, 2000; 2.20).

Así, en términos generales el cuadro de oferta está compuesto de dos grandes apartados: por un lado, el valor a precios básicos de los distintos productos elaborados por cada actividad productiva; por otro lado, la oferta total de cada producto a precios básicos y a precios de comprador. El cuadro de utilización a precios de comprador, por su parte, presenta la estructura de costos de producción de las actividades productivas, así como los diversos usos de cada producto a precios de comprador.

---

[19] Como se comentó en el capítulo I.1, en este documento se le llama *actividad productiva* a lo que en inglés se denomina industry; no obstante en las traducciones de los documentos oficiales de la Organización de Naciones Unidas (más concretamente las traducciones de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe) se usa el término industria.

En este capítulo se desarrolla un modelo matemático que se fundamenta en dos principios que relacionan sin ambigüedades las distintas variables que integran la estructura matemática y numérica de los cuadros de oferta y utilización y aseguran el cumplimiento de la condición de equilibrio fundamental de los mercados que componen el sistema económico: el equilibrio entre la oferta de los distintos productos producidos e importados por un país o región y su demanda o utilización. Por un lado, el principio cuantitativo básico: la oferta de un producto es igual a su utilización total, ambas a precio de comprador; asimismo, el principio de que la producción de una actividad productiva es igual a su costo de producción. Con estos principios se equilibran cuantitativamente los cuadros de oferta y utilización; es decir, en el modelo matemático se cumple la condición de equilibrio de los mercados para todos los productos.

Por ello, como se analiza a continuación, la matriz de producción se valora a precios básicos y se añaden las columnas de los márgenes de comercio y de transporte e impuestos menos los subsidios sobre los productos para obtener la oferta total valorada a precios de comprador.

II.1.2.1 El cuadro de oferta: estructura general

El Esquema II.1.1 describe la estructura conceptual del cuadro de oferta y su esencia es determinar las diferentes variables que lo integran para precisar la relación entre éstas y formular este segmento del modelo matemático contable de acuerdo a los documentos fundamentales de las Naciones Unidas.

En los renglones se presentan las siguientes variables:

a) Los renglones de la matriz del valor de la producción de los productos a precios básicos por actividad productiva ($Q_{pxa,bp}$) representan productos ofrecidos en la economía por las distintas actividades productivas y producidos internamente;

b) El ultimo renglón es el vector del valor de la producción total a precios básicos por actividad productiva ($q_{a,bp}'$) y los totales de las otras columnas y

c) Los otros dos renglones representan el vector de ajuste c.i.f./f.o.b. (a_p) – que será explicado más adelante – y el total de las compras de residentes en el extranjero(ρ_r).

En las columnas se presentan tres grupos de variables (el resto de las columnas se obtienen mediante operaciones algebraicas entre estos tres grupos de variables, como se muestra más adelante):

a) Las columnas de la matriz de producción ($Q_{pxa,bp}$) representan las diversas actividades productivas y los distintos productos elaborados por cada una de éstas;

b) El vector del valor de las importaciones a valores c.i.f. por producto ($m_{p,cif}$) (total f.o.b.) y

c) Una columna adicional para el vector del valor de los márgenes de comercio y transporte por producto ($m_{p,ttma}$) y otra columna para el vector del valor de los impuestos netos de subvenciones por producto ($t_{p,np}$), y otra más para el ajuste c.i.f./f.o.b (a_p).

La estructura del cuadro de oferta se puede analizar con mayor detalle si describimos las características de los diversos componentes o variables citadas en los párrafos anteriores, como se hace enseguida.

Esquema II.1.1 Estructura del cuadro de oferta para una economía abierta

	Actividades Productivas	Oferta de productos de origen nacional a precios básicos	Importaciones c.i.f. (Total f.o.b.)[20]	Ajuste c.i.f./f.o.b[21]	Oferta total de Productos a Precios básicos	Impuestos menos subsidios a los productos[22]	Márgenes de comercio y transporte[23]	Oferta total de productos a precio de comprador
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8) = (5) + (6) + (7)
Productos	$Q_{pxa,bp}$	$q_{p,bp,d}$	$m_{p,cif}$	$-a_p$	$q_{p,bp,t}$	$t_{p,np}$	$m_{p,ttma}$	$q_{p,pp,t}$
Ajuste c.i.f./f.o.b			$-\alpha$	α				0
Compras de residentes en el Extranjero			ρ_r		ρ_r			ρ_r
Producción total de las actividades productivas a precios básicos y totales de otras columnas	$q_{a,bp}{}'$	$\omega_{bp,d}$	μ_{fob}	0	$\omega_{bp,t}$	θ	0	$\omega_{pp,t}$

---

[20] $\alpha = \tau + \sigma$

[21] El vector de ajuste a_p; incluye al vector S, en el cual se incorpora un valor de ajuste por separado para el valor de los servicios de transporte prestados por productores residentes y no residentes (τ); y el valor de los servicios de seguro prestados por productores residentes y no residentes (σ). Sin embargo, es necesario explicar que en este esquema estos dos elementos están concentrados en el producto de los renglones de servicios correspondientes. Esto es: $a_p{}' = (0, S)$; Donde: $i{}'S = \alpha$

[22] Los impuestos menos subsidios a los productos se desglosan por separado en impuestos sobre los productos y subsidios a los productos, por simplicidad se les muestra agregados.

[23] Los márgenes comerciales y de transporte se desglosan por separado en márgenes de comercio y márgenes de transporte.

II.1.2.2 Matriz de producción a precios básicos

Definición II.1.1. Matriz de producción a precios básicos. La matriz de producción a precios básicos, también llamada matriz de oferta de productos de origen nacional a precios básicos, describe las fuentes de la oferta de productos que conforman el universo productivo interno, a precios básicos, de la economía para la cual se elabora; no incluye márgenes de comercio ni de transporte y no contiene impuestos netos de subsidios sobre los productos, porque el valor de cada celda está expresado a precios básicos. Es decir, los productos se valoran deduciendo los márgenes comerciales y de transporte y los impuestos netos de subsidios sobre los productos. En las columnas, por otro lado, para cada actividad productiva se muestra cada uno de los productos que ofrece. En los renglones se describen estos productos.

Esta matriz es la parte intermedia del cuadro de oferta y tiene, entonces, dimensiones pxa; es decir, el número de productos por la cantidad de actividades productivas determinadas para el caso específico y de acuerdo al desarrollo relativo de la economía o región de que se trate. en principio puede ser rectangular porque el número de productos comúnmente puede ser mayor al número de actividades productivas en virtud de la propia naturaleza de las unidades económicas determinadas para la captación de la información básica, aún si se trata de establecimientos, que en la realidad producen no sólo productos principales sino también, aunque en menor medida, productos secundarios. Nótese que con ello en el contexto de los COU se rompe el supuesto establecido en el modelo teórico de insumo-producto, de que los productores no realizan ninguna producción secundaria; sólo producen sus productos principales o característicos y, en consecuencia, la distinción entre actividades productivas y productos es irrelevante. Formalmente, se rompe el supuesto de que no hay producción conjunta. Es decir, en cada actividad productiva no se obtiene sólo un producto homogéneo, el cual es distinto al que se produce en el resto de las actividades productivas.

Definición II.1.2. Producción total por actividad productiva a precios básicos. La producción total de cada actividad productiva ($q_{a,pb}'$) es el valor total de los bienes y servicios producidos por ésta, principales y secundarios. Así, el vector de producción total por actividad productiva a precios básicos es igual a la suma de las columnas de la matriz de producción:

$$q_{a,pb}' = u' \; Q_{pxa,bp} \qquad \text{(II.1.4)}$$

Definición II.1.3. Vector del valor de la oferta de productos de origen nacional a precios básicos por producto. La oferta total de los productos nacionales ($q_{p,bp,d}$) es el valor total de la producción de cada producto, independientemente de la actividad productiva que lo haya elaborado. Esto es:

$$q_{p,bp,d} = Q_{pxa,bp} \, u \qquad \text{(II.1.5)}$$

Definiciones II.1.4.

Vector de importaciones a valores c.i.f.:

Las importaciones a valores c.i.f. ($m_{p,cif}$) se detallan a nivel de cada producto y se valoran c.i.f. en el cuadro de oferta ya que esta valuación es equivalente a los valores a precios básicos de los productos de origen nacional.

El ajuste c.i.f./f.o.b. (a_p)

El vector de valor de los bienes (no servicios) importados a valores c.i.f. (que son un vector incluido en el vector $m_{p,cif}$), incluye el valor de:

- los bienes importados f.o.b.;

- los servicios de transporte prestados por transportistas residentes y no residentes y

- los servicios de seguro prestados por aseguradores residentes y no residentes.

Cuando estos dos últimos servicios los prestan no residentes, ya están incluidos en el vector de servicios, componente del vector del valor de las importaciones a valores c.i.f. por producto ($m_{p,cif}$), que comprende las importaciones de servicios. Además, el valor de los servicios de transporte y de seguros prestados por residentes es un servicio (y producto) de origen nacional; en consecuencia, no debería ser tratado como importación. Si no se realiza un ajuste, evidentemente las importaciones serían mayores de lo que deberían ser, exactamente por el monto total de los servicios de transporte y de seguro prestados por residentes y no residentes.

II.1.3. La oferta de productos a precios de comprador

Supuesto II.1.1. El cuadro de oferta tiene que satisfacer dos condiciones:

- Cada producto importado debe valorarse c.i.f. en el cuadro de oferta ya que es equivalente al valor básico de los bienes nacionales;

- El valor total de las importaciones debe determinarse f.o.b. (μ_{fob}).

Para realizar los ajustes necesarios que se necesitan ante este problema, se introduce el vector columna de ajuste a_p – vector del valor del ajuste c.i.f./f.o.b. por producto – en el que sólo el vector S tiene valores positivos cuya suma corresponde al total de los servicios de transporte (τ) y de los servicios de seguro (σ), por lo que están concentrados en los renglones de servicios correspondientes del vector S. Esto es: $a_p' = (0, S)$; donde: $i's = \tau + \sigma = \alpha$; es decir, α es el valor de los servicios de transporte y de seguros prestados por productores residentes y no residentes.

El total de importaciones f.o.b. (μ_{fob}) es:

$$\mu_{fob} = u'm_{p,cif} - \alpha + \rho_r \qquad \text{(II.1.6)}$$

Que incluye el valor total de las compras de residentes en el extranjero (ρ_r)

Definición II.1.5. Vector de oferta total de productos a precios básicos

El vector oferta total a precios básicos de la columna 6 ($q_{p,bp,t}$), se obtiene por la suma de los renglones que contienen los productos de origen nacional e importado:

$$q_{p,bp,t} - q_{p,bp,d} + m_{p,cif} - a_p \qquad \text{(II.1.7)}$$

El ajuste correspondiente a los márgenes comerciales y de transporte sobre los productos

En el cuadro de utilización que se analiza en seguida, los productos correspondientes a los servicios comerciales y de transporte, incluyen sólo los que consumen directamente los productores y los usuarios finales; excluyen los márgenes comerciales y de transporte, que están incluidos en el valor de los bienes a precios de comprador.

En consecuencia, los márgenes de comercio y de transporte de los bienes de consumo intermedio no se incluyen en el uso total de servicios en el cuadro de utilización. Por tanto, en el cuadro de oferta los márgenes comerciales y de transporte se deducen de la oferta total de servicios. Esto es:

Definición II.1.6 El vector de márgenes de comercio y transporte ($m_{p,ttma}$) está compuesto de dos vectores que se vinculan, respectivamente, a los bienes y a los servicios de comercio y transporte. El vector vinculado a los bienes contiene, para cada bien, el valor de los servicios de comercio y transporte que no se incluyó en la matriz de producción que, como lo definimos, está a precios básicos. El vector vinculado a los servicios incluye el valor total que se incluye en la suma de los elementos del primer vector vinculado a los bienes, pero contiene el total de los servicios de comercio y transporte en cada uno de los conceptos en que se hayan dividido esos conceptos en los productos correspondientes y ceros en el resto de los elementos de servicios distintos al comercio y transporte que por definición no causan una erogación por tales conceptos. De esta manera, por definición y construcción:

$$u' m_{p,ttma} = 0 \qquad \text{(II.1.8)}$$

Así, al sumar la columna oferta total de productos a precios básicos $q_{p,bp,t}$ a la columna de márgenes comerciales y de transporte ($m_{p,ttm}$), es posible calcular, a nivel de cada producto, el precio de productor. Para llegar a la oferta total a precios de productor, lo que se suma de margen comercial y de transporte a nivel de cada producto, se resta en los servicios comerciales y de transporte; con ello evitamos duplicar los márgenes.

Definición II.1.7. Vector de oferta total de productos a precios de comprador

Finalmente, al adicionar al vector del valor de la oferta total de productos a precios básicos por producto el vector del valor de los impuestos netos de subvenciones por producto ($t_{p,np}$) y el vector del valor de los márgenes de comercio y transporte por producto ($m_{p,ttma}$), se obtiene el vector del valor de la oferta total a precios de comprador por producto en la columna 9 ($q_{p,pp,t}$).

Esto es:

$$q_{p,pp,t} = q_{p,bp,t} + t_{p,np} + m_{p,ttma} \tag{II.1.9}$$

Es decir, en virtud de que:

$$q_{p,bp,t} = q_{p,bp,d} + m_{p,cif} - a_p \tag{II.1.10}$$

Tenemos que:

$$q_{p,pp,t} = q_{p,bp,d} + m_{p,cif} - a_p + t_{p,np} + m_{p,ttma} \tag{II.1.11}$$

Definiciones II.1.8. Otros agregados del cuadro de oferta.

Valor de la oferta total de productos de origen nacional a precios básicos ($\omega_{bp,d}$):

$$\omega_{bp,d} = u´q_{p,bp,d} = q_{a,pb}´\ u \qquad (II.1.12)$$

Valor de la oferta total de productos a precios básicos ($\omega_{bp,t}$):

$$\omega_{bp,t} = q_{p,bp,t} + \rho_r \qquad (II.1.13)$$

Que también es igual a:

$$\omega_{bp,t} = \omega_{bp,d} + \mu_{fob} = \omega_{bp,d} + u´\ m_{p,cif} - \alpha + \rho_r \qquad (II.1.14)$$

Valor total de impuestos menos subsidios sobre los productos (θ):

$$\theta = u´\ t_{p,np} \qquad (II.1.15)$$

Valor de la oferta total de productos a precios de comprador (igual al valor de la utilización total de productos) ($\omega_{pp,t}$):

$$\omega_{pp,t} = u´\ q_{p,pp,t} + \rho_r = u´\ q_{a,pp,t} + \mu_{fob} + u´m_{p,ttma} + u´\ t_{p,np} \qquad (II.1.16)$$

Oferta agregada de productos a precios de comprador

Como:

$$u´m_{p,ttma} = 0 \qquad (II.1.17)$$

Entonces, la ecuación de oferta agregada de productos a precios de comprador es:

$$\boxed{\boldsymbol{\omega}_{pp,t} = u' \, q_{a,pp,t} + \boldsymbol{\mu}_{fob} + u' \, t_{p,np}} \qquad \text{(II.1.18)}$$

Que también es igual a la suma de los totales de las columnas correspondientes:

$$\boldsymbol{\omega}_{pp,t} = \boldsymbol{\omega}_{bp,d} + \boldsymbol{\mu}_{fob} + \boldsymbol{\theta} \qquad \text{(II.1.19)}$$

II.1.4. El cuadro de utilización a precios de comprador[24]

El cuadro de utilización a precios de comprador se ha dividido en cuatro cuadrantes definidos explícitamente en el esquema II.1.2. A través de estos cuadrantes se examina la estructura del cuadro de utilización a precios de comprador, como se explica a continuación. Esta estructura es fundamental porque es la base de la construcción del cuadro de utilización a precios básicos -objeto del siguiente capítulo- y fundamento para la elaboración de la matriz simétrica de insumo-producto, propósito del capítulo II.4. Primero, se describen los cuadrantes I y III, ambos relacionados con la producción y la estructura de costos. El cuadrante II integra la demanda final y se presenta después. El ''cuarto cuadrante'' aparece en la parte inferior derecha y es nulo.

[24] Con el fin de cumplir la condición de equilibrio fundamental del sistema económico: el equilibrio entre la oferta de los distintos productos producidos e importados por un país o región y su demanda o utilización, en el cuadro de utilización que se analiza en seguida, los servicios comerciales y de transporte incluyen sólo los que consumen directamente los productores y los usuarios finales; es decir, excluyen los márgenes comerciales y de transporte que están incluidos en el valor de los bienes a precios de comprador. El resto de los márgenes de comercio y transporte están incluidos en el precio de los productos utilizados.

Cuadrante I. Matriz del valor del consumo intermedio de productos a precios de comprador por actividad productiva (matriz de absorción) ($U_{pxa,pp}$).

Aparece en la parte superior izquierda y muestra en los renglones el consumo intermedio por producto, valorado a precios de comprador, para todas las actividades productivas del país, que aparecen en las columnas. Describe la utilización intermedia de los productos nacionales e importados, para cada actividad productiva.

Cuadrante III. Vector de valor agregado bruto a precios básicos ($v_{a,bp}{}'$) y sus componentes

El valor agregado es el otro componente de la producción y aparece en la parte inferior izquierda. Este cuadrante muestra, para cada actividad productiva, los costos de producción distintos del consumo intermedio.

El vector de valor agregado, conjuntamente con la matriz de absorción, describen la estructura de costos de las actividades productivas. Dado el vector del valor de la producción total a precios básicos por actividad productiva y el onsumo intermedio de productos a precios de comprador por actividad productiva es posible medir el valor agregado a precios básicos por diferencia. Esto es:

$$v_{a,bp}{}' = q_{a,pb}{}' - u' \ U_{pxa,pp} \qquad \text{(II.1.20)}$$

Esquema II.1.2 Estructura del cuadro de utilización a precios de comprador para una economía abierta[25]

	Actividades Productivas	Demanda final				Utilización total a precios de comprador
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares[26]	Gasto final del Gobierno	Formación bruta de capital[27]	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (1) + ... + (5)
Productos	$U_{pxa,pp}$	$x_{p,fob}$	$c_{p,pp}$	$g_{p,pp}$	$i_{p,pp}$	$q_{p,pp,ut}$
Compras de residentes en el extranjero			ρ_{r}			ρ_{r}
Compras de los no residentes en el país	I	ρ_{nr}	$-\rho_{nr}$	II		0
Total de usos a precios comprador	$u_{a,pp,ci}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	$\mu_{pp,t}$
Vector de valor agregado bruto a precios básicos	$v_{a,bp}'$					
Remuneración de los asalariados	w_{a}'					
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{a,no}'$					
Consumo de capital fijo	d_{a}' III			IV		
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	e_{a}'					
Total de producción de las actividades productivas a precios básicos	$q_{a,bp}'$					

[25] La valuación a precios de comprador significa que los márgenes de comercio y transporte y los impuestos a los productos netos de subsidios están incluidos en el precio de los productos utilizados.

[26] En la economía abierta se incluye en el consumo de los hogares el consumo final de las instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares (ISFLSH).

[27] La formación de capital bruto incluye la formación de capital fijo, la modificación de las existencias y la adquisición menos la disposición de objetos valiosos.

Por otro lado y en virtud de que:

$$v_{a,bp}' = w_a' + t_{a,no}' + d_a' + e_a' \qquad \text{(II.1.21)}$$

El vector del valor del superávit bruto de operación por actividad económica (excedente de explotación/ingreso mixto bruto) (e_a'), se puede calcular residualmente:

$$e_a' = v_{a,bp}' - w_a' - t_{a,no}' - d_a' \qquad \text{(II.1.22)}$$

Cuadrante II. Matriz de demanda final a precios comprador ($F_{pxf,pp}$):

La matriz de demanda final aparece en la parte superior derecha, es de dimensiones pxf, donde f son –en este caso- las cuatro categorías de demanda final, y describe tanto la utilización final de los productos de origen nacional como la de los importados a precios de comprador. Esta matriz está integrada por cuatro vectores columna, en los cuales para cada producto se especifica el valor que se destina a un uso de demanda final; son: el vector del valor de las exportaciones por productos a precios comprador (f.o.b.) ($x_{p,fob}$)[28], el vector del valor del gasto final de los hogares por producto a precios comprador ($c_{p,pp}$), el vector del valor del gasto final del gobierno por producto a precios comprador a precios comprador ($g_{p,pp}$) y el vector del valor de la formación bruta de capital por producto a precios comprador ($i_{p,pp}$).

[28] Las exportaciones f.o.b. se consideran valuadas a precios de comprador.

En el esquema II.1.2, cada uno de los vectores de la demanda final está estructurado por producto en los renglones. El renglón del total de usos a precios de comprador muestra, para cada categoría de la utilización, el uso final total a precios de comprador.

Esto es:

$$F_{pxf,pp} = (x_{p,fob}, c_{p,pp}, g_{p,pp}, i_{p,pp}) \qquad \text{(II.1.23)}$$

II.1.5. La demanda o utilización agregada a precios de comprador

El vector del valor de la utilización total a precios de comprador por producto es la suma de su utilización intermedia y final, ambas a precios de comprador:

$$q_{p,pp,ut} = U_{pxa,pp}\ u + F_{pxf,pp}\, u \qquad \text{(II.1.24)}$$

Es decir:

$$q_{p,pp,ut} = U_{pxa,pp}\, u + x_{p,fob} + c_{p,pp} + g_{p,pp} + i_{p,pp} \qquad \text{(II.1.25)}$$

Definiciones II.1.9 Identidades adicionales del cuadro de utilización a precios de comprador

Vector de utilización total de productos para el consumo intermedio a precios de comprador:

$$u_{a,pp,ci}{}' = u'\ U_{pxa,pp} \qquad \text{(II.1.26)}$$

Valor de la utilización total de productos exportados a precios de comprador (f.o.b.):

$$\mu_{pp,x} = u' x_{p,fob} + \rho_{nr} + \alpha \qquad \text{(II.1.27)}$$

Que incluye el valor total de las compras de los no residentes en el país (ρ_{nr})

Valor de la utilización total de productos para el consumo de los hogares a precios de comprador:

$$\mu_{pp,ch} = u' c_{p,pp} + \rho_{r} - \rho_{nr} - \alpha = u' c_{p,pp} - \alpha \qquad \text{(II.1.28)}$$

Valor de la utilización total de productos para gasto final del gobierno a precios de comprador:

$$\mu_{pp,g} = u' g_{p,pp} \qquad \text{(II.1.29)}$$

Valor de la utilización total de productos para la formación de capital a precios de comprador:

$$\mu_{pp,i} = u' i_{p,pp} \qquad \text{(II.1.30)}$$

Vector del valor de la utilización total a precios de comprador por producto:

$$q_{p,pp,ut} = U_{pxa,pp}\, u + x_{p,fob} + c_{p,pp} + g_{p,pp} + i_{p,pp} \qquad \text{(II.1.31)}$$

Alternativamente, la ecuación de demanda o utilización agregada de productos a precios de comprador es:

$$\mu_{pp,t} = u_{a,pp,ci}{'}\ u + \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,I} \qquad \text{(II.1.32)}$$

Es decir:

$$\boxed{\mu_{pp,t} = u'\ U_{pxa,pp}\ u + \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i}} \qquad \text{(II.1.33)}$$

$$\mu_{pp,t} = u'\ q_{p,pp,ut} + \boldsymbol{\rho}_r \qquad \text{(II.1.34)}$$

Así:

$$\mu_{pp,t} = \boldsymbol{\omega}_{pp,t} \qquad \text{(II.1.35)}$$

Es decir, la oferta agregada de productos a precios de comprador es igual a la demanda o utilización agregada de productos a precios de comprador:

II.1.6. Condición de equilibrio de los cuadros de oferta y utilización

Condición de equilibrio II.1.1 La condición de equilibrio fundamental del sistema económico es la identidad entre la oferta de los distintos productos producidos e importados por un país o región y su demanda o utilización; la oferta y la demanda a precios comprador son iguales; obviamente:

$$q_{p,pp,t} = q_{p,pp,ut} \qquad \text{(II.1.36)}$$

Esto es:

$$q_{p,bp,d} + m_{p,cif} - a_p + t_{p,np} + m_{p,ttma} = U_{pxa,pp}\ u + x_{p,fob} + c_{p,pp} + g_{p,pp} + i_{p,pp} \qquad \text{(II.1.37)}$$

Se determina así la identidad básica a prcios comprador de las cuentas de bienes y servicios de las cuentas nacionales:

Producción a precios básicos + importaciones c.i.f. + impuestos menos subsidios sobre los productos + márgenes de comercio y transporte = consumo intermedio a precios de comprador + exportaciones f.o.b + gasto de consumo final a precios de comprador + formación bruta de capital a precios de comprador

<u>Aclaraciones adicionales sobre la estructura de los cuadros de oferta y utilización a precios de comprador</u>

a) Las compras de los residentes en el extranjero

Las compras de los residentes en el extranjero se tratan como importaciones y como gasto final de los hogares, porque en el modelo suponemos que estas compras fueron realizadas por los residentes de los hogares. Entonces, tiene que entrarse un valor de ρ_r en la columna de importaciones del cuadro de oferta y en la columna del gasto final de los hogares del cuadro de utilización.

b) El ajuste correspondiente a compras de no residentes en el país

Las compras que realizan no residentes en el país deben tratarse como exportaciones y si al equilibrar se las incluye en la columna de gasto final de los hogares, procedimiento en el cual normalmente esta columna se trata como una diferencia, estas compras tienen que deducirse del gasto final de los hogares. Entonces se integra el valor total de las compras de los no residentes en el país ρ_{nr} en la columna de exportaciones y el valor total de las compras de residentes en el extranjero con signo negativo ($-\rho_{nr}$) en la columna de gasto final de los hogares.

II.1.7 El cálculo del producto interno bruto (PIB): equilibrio entre valor agregado y demanda final en el cuadro de utilización a precios de comprador

Definición II.1.10 El Producto Interno Bruto (PIB), es la contribución neta de las actividades productivas a los ingresos, es decir, el valor agregado que luego se usa para la demanda final. Ello implica que el total de los ingresos debe ser igual al total de la demanda final neta. Los cuadros de oferta y utilización sirven para estimar el producto interno bruto por actividad productiva y, como demostramos enseguida, para el conjunto de la economía.

Definiciones II.1.11 El Producto Interno Bruto (PIB) se puede calcular por tres métodos: PIB (enfoque del gasto); PIB (enfoque de la producción); PIB (enfoque de los ingresos). A continuación se describen estas mediciones.

El PIB como valor agregado residual (enfoque de producción)

De acuerdo con el enfoque de producción, el **PIB** es igual al total de la producción por actividad productiva a precios básicos ($q_{a,pb}{}'u$), menos el total del consumo intermedio de la actividad productiva a precios de comprador ($u'U_{pxa,pp}\ u$), más los impuestos netos sobre los productos ($u'\ t_{p,np}$); es decir:

$$\prod_p = q_{a,pb}{}'u - u'U_{pxa,pp}\ u + u'\ t_{p,np} \qquad \text{(II.1.38)}$$

El PIB como suma de los ingresos primarios (enfoque de los ingresos)

El **PIB** calculado con el enfoque de los ingresos, es igual a la suma de los ingresos primarios distribuidos por las unidades de producción residentes. El valor agregado a precios básicos se calcula como la suma de las remuneraciones de los asalariados, otros impuestos menos subsidios sobre la producción, consumo de capital fijo y el superávit bruto de operación. Al igual que en el enfoque de la producción, al valor agregado a precios básicos, o valor agregado bruto, se le suman los impuestos netos sobre los productos.

$$\prod_i = v_{a,bp}{}'u + u'\ t_{p,np} = (w_a{}'\ t_{a,no}{}'\ d_a{}'\ e_a{}')\ u + u'\ t_{p,np} \qquad \text{(II.1.39)}$$

El PIB como demanda final neta (enfoque del gasto)

En el enfoque del gasto el **PIB** es igual a la demanda final neta, que, a su vez, es igual a la suma de las utilizaciones finales de bienes y servicios medidos a precios de comprador, menos el valor de las importaciones; es decir:

$$\prod_d = \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} - \mu_{fob} \qquad \text{(II.1.40)}$$

Teorema II.1.1 Los tres procedimientos para medir el PIB para el conjunto de la economía en el marco de los cuadros de oferta y utilización son equivalentes. Es decir: PIB (enfoque del gasto) = PIB (enfoque de la producción)= PIB (enfoque de los ingresos). A continuación se demuestra su equivalencia.

Demostración Teorema II.1.1

Una vez cumplida la condición de equilibrio de la oferta y demanda agregadas, se puede demostrar que el producto interno bruto es igual, indistintamente del método utilizado en su cálculo. Recordemos que la condición de equilibrio de la oferta y demanda agregadas es:

$$\mu_{pp,t} = \boldsymbol{\omega}_{pp,t} \tag{II.1.41}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{pp,t} = u' \, q_{a,pp,t} + \boldsymbol{\mu}_{fob} + u' \, t_{p,np} = \mu_{pp,t} = u' \, U_{pxa,pp} \, u + \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} \tag{II.1.42}$$

Pero como:

$$u' \, m_{p,ttma} = 0 \tag{II.1.43}$$

Entonces:

$$u' \, U_{pxa,pp} \, u + \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} = u' q_{a,bp,d} + \boldsymbol{\mu}_{fob} + u' \, t_{p,np} \tag{II.1.44}$$

Intercambiando al lado izquierdo y derecho, respectivamente, las variables $\boldsymbol{\mu}_{fob}$ y $' \, U_{pxa,pp} \, u$, obtenemos:

$$\mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} - \mu_{fob} = u'q_{a,bp,d} - u'\,U_{pxa,pp}\,u + u'\,t_{p,np} \qquad \text{(II.1.45)}$$

Es decir:

$$\prod_d = \prod_p \qquad \text{(II.1.46)}$$

Pero como la diferencia entre el valor bruto de producción de todas las actividades productivas y el consumo intermedio total es igual al valor agregado bruto:

$$u'q_{a,bp,d} - u'\,U_{pxa,pp}\,u = v_{a,bp}'u \qquad \text{(II.1.47)}$$

Entonces:

$$\prod_i = u'q_{a,bp,d} - u'\,U_{pxa,pp}\,u + u'\,t_{p,np} = v_{a,bp}'u + u'\,t_{p,np} \qquad \text{(II.1.48)}$$

Queda así demostrado que:

PIB (enfoque del gasto) = PIB (enfoque de la producción)= PIB (enfoque de los ingresos).

Es decir:

$$\prod_d = \prod_p = \prod_i = q_{a,pb}'u - u'U_{pxa,pp}\,u + u'\,t_{p,np}$$
$$= (w_a'\,t_{a,no}'\,d_a'\,e_a')\,u + u'\,t_{p,np} = \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} - \mu_{fob} \qquad \text{(II.1.49)}$$

Q.E.D.

Capítulo II.2

Estructura General del Cuadro de Utilización a Precios Básicos: Marco Conceptual[29]

Introducción

Los cuadros de oferta y utilización a precios de comprador que se analizaron en el capítulo anterior, constituyen el insumo para la construcción del cuadro de utilización a precios básicos (CU_{bp}) que es objeto de análisis en este capítulo. El CU_{bp} es una matriz que describe la utilización de los bienes producidos e importados por un país o región. En este capítulo se presenta su marco conceptual con tres enfoques.

En primer lugar a través de una serie de cuadros esquemáticos mediante los cuales se muestra la estructura numérica de estas matrices y las diversas formas que ésta adquiere en las diferentes etapas de la compilación hasta determinar la estructura que constituye el "insumo" para la construcción de la matriz simétrica de insumo-producto, objeto de estudio de los siguientes capítulos que constituyen el núcleo de esta disertación.

En segundo lugar, se desarrolla el sistema de identidades matemáticas que permite el análisis ordenado de la relación entre las diversas variables del CU_{bp}, cuya relevancia es también el cálculo del Producto Interno Bruto (PIB) por los tres métodos ya conocidos.

Finalmente, se describe la estructura del cuadro de utilización a precios básicos y se desarrolla el modelo conceptual que formaliza esta estructura. El modelo matemático que se

[29] Los conceptos y definiciones utilizados en la conceptualización de los cuadros de oferta y utilización se presentan en el Índice Analítico, al final de este documento.

desarrolla es un marco conceptual suficiente, tanto para obtener los principales agregados de las cuentas nacionales analizadas en el capítulo anterior, como para derivar los métodos matemáticos para los cálculos que integran la matriz simétrica de insumo-producto a partir de la compilación de los cuadros de oferta y utilización. Es, por ello, un modelo general, ya que es aplicable a la realidad de los cálculos del marco central de la Contabilidad Nacional que sirven de base para la estimación de las matrices analíticas en unidades monetarias (si bien agregadas) que constituyen la base para el análisis del marco teórico del modelo de insumo-producto presentado en el capítulo I.2.

II.2.1 Estructura del Cuadro de Utilización a Precios Básicos

En este apartado se analiza el cuadro de utilización a precios básicos, la valoración más recomendable de acuerdo a las normas internacionales establecidas, cuya estructura conceptual se muestra en el esquema II.2.1. La valuación a precios básicos del cuadro de utilización significa que los márgenes de comercio y transporte han sido restados del precio de los productos utilizados y <u>NO</u> están incluidos en el precio de los productos utilizados. Es decir, los márgenes de comercio y de transporte se presentan separados, para cada producto, en la matriz de márgenes comerciales y de transporte, y otra para la demanda final, así como un vector de totales por producto. De la misma manera, los montos correspondientes a los impuestos a los productos netos de subsidios, que también han sido restados del precio de los productos utilizados, se muestran también por separado, en dos matrices, una para lo correspondiente al consumo intermedio y otra para la demanda final, así como un vector de totales por producto. Las compras de residentes y no residentes y el ajuste cif/fob se presentan tal cual aparecen en el cuadro de utilización a precios comprador presentado el capítulo II.1, pero podrían integrarse – de ser posible – en su correspondiente concepto de demanda final.

Considerando que el cuadro de utilización a precios de comprador presentado en el capítulo anterior (esquema II.1.2), describe la utilización intermedia y final a precios de comprador, tanto de los productos nacionales como importados. Así, los principales componentes del

Esquema II.2.1 Cuadro de utilización a precios básicos para una economía abierta

	Actividades Productivas	Demanda final				Utilización total de productos
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares	Gasto final del gobierno	Formación bruta de capital	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (1) +...+ (5)
Productos Nacionales	$U_{pxa,bp,d}$	$x_{p,bp,d}$	$c_{p,bp,d}$	$g_{p,bp,d}$	$i_{p,bp,d}$	$q_{p,bp,ud}$
Productos Importados	$U_{pxa,cif,m}$		$c_{p,cif,m}$	$g_{p,cif,m}$	$i_{p,cif,m}$	$q_{p,cif,um}$
Impuestos netos de subsidios sobre los productos	$U_{pxa,tnp}$	$x_{p,tnp}$	$c_{p,tnp}$	$g_{p,tnp}$	$i_{p,tnp}$	$t_{p,np}$
Márgenes comerciales y de transporte	$U_{pxa,ttm}$	$x_{p,ttm}$	$c_{p,ttm}$	$g_{p,ttm}$	$i_{p,ttm}$	$m_{p,ttm}$
Compras de residentes en el extranjero	I		ρ_r	II		ρ_r
Compras de los no residentes en el país		ρ_{nr}	$-\rho_{nr}$			0
Ajuste cif/fob		α	$-\alpha$			0
Total de usos a precios comprador	$u_{a,pp,ci}{}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	$\mu_{pp,t}$
Valor agregado bruto a precios básicos	$v_{a,pb}{}'$					
Remuneración de los asalariados	$w_a{}'$ III			IV		
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{a,no}{}'$					
Consumo de capital fijo	$d_a{}'$					
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	$e_a{}'$					
Producción total por actividad productiva a precios básicos	$q_{a,bp}{}'$					

cuadro de utilización a precios de comprador son el consumo intermedio y la demanda final; es decir, la utilización total se determina en la ecuación II.1.21, que se repite:

$$q_{p,pp,ut} = U_{pxa,pp}\, u + F_{pxf,pp}\, u \qquad \text{(II.2.1)}$$

Donde la matriz de demanda final, definida en la ecuación II.1.20, que se repite, contiene los siguientes vectores: el vector del valor de las exportaciones por productos a precios comprador (f.o.b.) ($x_{p,fob}$)[30], el vector del valor del gasto final de los hogares por producto a precios comprador ($c_{p,pp}$), el vector del valor del gasto final del gobierno por producto a precios comprador a precios comprador ($g_{p,pp}$) y el vector del valor de la formación bruta de capital por producto a precios comprador ($i_{p,pp}$), es decir:

$$F_{pxf,pp} = (x_{p,fob}, c_{p,pp}, g_{p,pp}, i_{p,pp}) \qquad \text{(II.2.2)}$$

Recapitulando, la oferta total disponible a precios básicos es la suma de la producción y las importaciones a precios básicos. A este valor se le agregan los impuestos netos de subsidios y los márgenes de comercio y de transporte para determinar la magnitud de la oferta a precios de comprador que está equilibrada con la utilización a precios de comprador. La oferta y la demanda a precios comprador son iguales de acuerdo con la ecuación II.1.33; Esto es:

$$q_{p,pp,t} = q_{p,pp,ut} \qquad \text{(II.2.3)}$$

[30] Las exportaciones f.o.b. se consideran valuadas a precios de comprador.

donde:

$$q_{p,pp,t} = q_{p,bp,d} + m_{p,cif} - a_p + t_{p,np} + m_{p,ttm} \qquad \text{(II.2.4)}$$

Definición II.2.1 Para la derivación del cuadro de utilización a precios básicos, cada uno de los usos valorados a precios de comprador ($U_{pxa,pp}$, $x_{p,fob}$, $c_{p,pp}$, $g_{p,pp}$, $i_{p,pp}$ y $q_{p,pp,ut}$), debe desglosarse en cuatro componentes:

1. el componente nacional a precios básicos;
2. el componente importado a valores c.i.f.;
3. el componente de impuestos netos de subsidios sobre los productos; y,
4. el componente de los márgenes de comercio y de transporte.

Definición II.2.2 La matriz de demanda final valorada a precios de comprador se divide también en estos cuatro componentes.

Descomposición de la matriz de consumo intermedio a precios de comprador. Como se puede observar en el esquema II.2.1, la matriz de consumo intermedio a precios de comprador se desglosa en:

1. Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva (matriz de absorción de productos de origen nacional) ($U_{pxa,bp,d}$);
2. Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios c.i.f. por actividad productiva (matriz de absorción de productos importados) ($U_{pxa,cif,m}$);

3. Matriz del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos del consumo intermedio por actividad productiva($\mathbf{U}_{pxa,tnp}$) y

4. Matriz del valor de los márgenes comerciales y de transporte sobre los productos del consumo intermedio por actividad productiva[31] ($\mathbf{U}_{pxa,ttm}$).

Esto es:

$$\mathbf{U}_{pxa,pp} = \mathbf{U}_{pxa,bp,d} + \mathbf{U}_{pxa,cif,m} + \mathbf{U}_{pxa,tnp} + \mathbf{U}_{pxa,ttm} \qquad \text{(II.2.5)}$$

Descomposición de la matriz de demanda final a precios de comprador.

La matriz de demanda final a precios de comprador se desglosa en:

1. Matriz del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final ($\mathbf{F}_{pxf,bp,d}$);
2. Matriz del valor de la demanda final total por producto importado a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final ($\mathbf{F}_{pxf,cif,m}$);
3. Matriz de impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total para cada categoría de demanda final ($\mathbf{F}_{pxf,np}$) y
4. Matriz de márgenes de comercio y transporte sobre los productos de la demanda final total para cada categoría de demanda final ($\mathbf{F}_{pxf,ttm}$).

[31] Únicamente los bienes tienen márgenes comerciales y de transporte.

$$F_{pxf,pp} = F_{pxf,bp,d} + F_{pxf,cif,m} + F_{pxf,np} + F_{pxf,ttm} \tag{II.2.6}$$

Descomposición del vector de utilización total a precios de comprador

El vector de utilización total a precios de comprador se desglosa en:

1. Vector del valor de la utilización total de productos nacionales a precios básicos ($q_{p,bp,ud}$);
2. Vector del valor de utilización total de productos importados a valor c.i.f. ($q_{p,cif,um}$);
3. Vector del valor total de los impuestos netos de subvenciones por producto ($t_{p,np}$) y
4. Vector del valor total de los márgenes de comercio y transporte por producto ($m_{p,ttm}$).

Esto es:

$$q_{p,pp,ut} = q_{p,bp,ud} + q_{p,cif,um} + t_{p,np} + m_{p,ttm} \tag{II.2.7}$$

Donde:

$$q_{p,bp,ud} = U_{pxa,bp,d}\, u + F_{pxf,bp,d}\, u \tag{II.2.8}$$

$$u_{p,cif,um} = U_{pxa,cif,m}\, u + F_{pxf,cif,m}\, u \tag{II.2.9}$$

$$t_{p,np} = U_{pxa,tnp}\, u + F_{pxf,np}\, u \tag{II.2.10}$$

$$m_{p,ttm} = U_{pxa,ttm}\, u + F_{pxf,ttm}\, u \tag{II.2.11}$$

Definiciones II.2.3. Definiciones vinculadas a la utilización total de productos del esquema II.2.1:

Utilización total de productos para el consumo intermedio:

$$u_{a,pp,ci}{}' = u'\, U_{pxa,bp,d} + u'\, U_{pxa,cif,m} + u'\, U_{pxa,tnp} + u' U_{pxa,ttm} \quad \text{(II.2.12)}$$

Utilización total de productos exportados:

$$\mu_{pp,x} = u' x_{p,bp,d} + u' x_{p,tnp} + u'\, x_{p,ttm} + \rho_{nr} + \alpha \quad \text{(II.2.13)}$$

Utilización total de productos para el consumo de los hogares:

$$\mu_{pp,ch} = u'\, c_{p,bp,d} + u'\, c_{p,cif,m} + u'\, c_{p,tnp} + u'\, c_{p,ttm} - \alpha \quad \text{(II.2.14)}$$

Utilización total de productos para gasto final del gobierno:

$$\mu_{pp,g} = u'\, g_{p,bp,d} + u'\, g_{p,cif,m} + u'\, g_{p,tnp} + u'\, g_{p,ttm} \quad \text{(II.2.15)}$$

Utilización total de productos para la formación de capital:

$$\mu_{pp,i} = u'\, i_{p,bp,d} + u'\, i_{p,cif,m} + u'\, i_{p,tnp} + u'\, i_{p,ttm} \quad \text{(II.2.16)}$$

Utilización total de productos para todos los usos:

$$\mu_{pp,t} = u_{a,bp,ci}{}' \, u + \mu_{bp,x} + \mu_{bp,ch} + \mu_{bp,g} + \mu_{bp,i} \qquad \text{(II.2.17)}$$

Alternativamente:

$$\mu_{pp,t} = u' q_{p,bp,ud} + u' q_{p,cif,um} + u' t_{p,np} + u' \, m_{p,ttm} + \boldsymbol{\rho}_r \qquad \text{(II.2.18)}$$

II.2.2 Estructura del Cuadro de Utilización a Precios Básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados

En el esquema II.2.2 se presenta el cuadro de utilización a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados. Es decir, los márgenes de comercio y transporte se presentan en los renglones correspondientes a estas actividades de las matrices de productos tanto de origen nacional como importado. Asimismo, los montos correspondientes a los impuestos a los productos netos de subsidios, que también han sido restados del precio de los productos utilizados, se muestran por separado, en dos matrices, una para lo correspondiente al consume intermedio y otra para la demanda final así como un vector de totales por producto. Esta es la estructura que se utilizará en el siguiente capítulo para determinar los conceptos analíticos para derivar la matriz simétrica de insumo-producto.

Como se explicó, para la derivación del cuadro de utilización a precios básicos, cada uno de los usos valorados a precios de comprador ($U_{pxa,pp}$, $x_{p,fob}$, $c_{p,pp}$, $g_{p,pp}$, $i_{p,pp}$ y $q_{p,pp,ut}$), debe desglosarse en cuatro componentes:

1. el componente nacional a precios básicos;
2. el componente importado a valores c.i.f.;
3. el componente de impuestos netos de subsidios sobre los productos; y,
4. el componente de los márgenes de comercio y de transporte.

Definición II.2.4 En el caso del esquema II.2.2 los márgenes de comercio y transporte han sido integrados a los vectores y matrices de los componentes nacional e importado. Así, los usos valorados a precios básicos con los márgenes de comrecio y transporte integrados, ahora deben desglosarse en tres componentes:

1. el componente nacional a precios básicos;
2. el componente importado a valores c.i.f. y
3. el componente de impuestos netos de subsidios sobre los productos.

Descomposición de la matriz de consumo intermedio total a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados ($\mathbf{U}_{pxa,T}$). Como se puede observar en el esquema II.2.2, esta matriz de consumo intermedio total se desglosa en:

1. Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados) ($\mathbf{U}_{pxa,bp,D}$);
2. Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados) ($\mathbf{U}_{pxa,cif,M}$) y
3. Matriz del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos del consumo intermedio por actividad productiva ($\mathbf{U}_{pxa,tnp}$);

II.2.2 Cuadro de utilización a precios básicos para una economía abierta con los márgenes comerciales y de transporte integrados

	Actividades Productivas	Demanda final					Utilización total de productos
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares	Gasto final del gobierno	Formación bruta de capital	Total	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7) = (1) + ... + (6)
Productos Nacionales	$U_{pxa,bp,D}$	$x_{p,bp,D}$	$c_{p,bp,D}$	$g_{p,bp,D}$	$i_{p,bp,D}$	$f_{p,bp,D}$	$q_{p,bp,uD}$
Productos Importados	$U_{pxa,cif,M}$		$c_{p,cif,M}$	$g_{p,cif,M}$	$i_{p,cif,M}$	$f_{p,bp,M}$	$q_{p,cif,uM}$
Impuestos netos de subsidios sobre los productos:	$U_{pxa,tnp}$	$x_{p,tnp}$	$c_{p,tnp}$	$g_{p,tnp}$	$i_{p,tnp}$	$f_{p,bp,tnp}$	$t_{p,np}$
Compras de residentes en el extranjero		ρ_{nr}	ρ_r			ρ_r	ρ_r
Compras de los no residentes en el país	I		$-\rho_{nr}$	II		$-\rho_{nr}$	0
Ajuste cif/fob		α	$-\alpha$			0	0
Total de usos a precios comprador	$u_{a,pp,ci}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	μ_f	$\mu_{pp,t}$
Valor agregado bruto a precios básicos	$v_{a,pb}'$						
Remuneración de los asalariados	w_a'						
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{a,no}'$						
Consumo de capital fijo	d_a III			IV			
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	e_a'						
Producción total por actividad productiva a precios básicos	$q_{a,bp}'$						

Esto es:

$$\mathbf{U}_{pxa,T} = \mathbf{U}_{pxa,bp,D} + \mathbf{U}_{pxa,cif,M} + \mathbf{U}_{pxa,ttm} \qquad \text{(II.2.19)}$$

Descomposición de la matriz de demanda final a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados $\mathbf{F}_{pxf,T}$

La matriz de demanda final a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados se desglosa en:

1. Matriz del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados. ($\mathbf{F}_{pxf,bp,D}$);

2. Matriz del valor de la demanda final total por producto importado a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados ($\mathbf{F}_{pxf,cif,M}$);

3. Matriz de impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total para cada categoría de demanda final ($\mathbf{F}_{pxf,\ np}$);

Esto es:

$$\mathbf{F}_{pxf,T} = \mathbf{F}_{pxf,bp,D} + \mathbf{F}_{pxf,cif,M} + \mathbf{F}_{pxf,np} \qquad \text{(II.2.20)}$$

Descomposición del vector de utilización total a precios de comprador

El vector de utilización total a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte incluidos ($\mathbf{q}_{p,bp,uT}$) se desglosa en:

1. Vector de utilización total de productos nacionales a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados. Es igual al vector del valor de la oferta de productos de origen nacional a precios básicos por producto $q_{p,bp,d}$ del cuadro de oferta ($q_{p,bp,uD}$);
2. Vector del valor de utilización total de productos importados a valor c.i.f. con márgenes de comercio y transporte integrados ($q_{p,cif,uM}$);
3. Vector del valor de los impuestos netos de subvenciones por producto ($t_{p,np}$).

Así:

$$q_{p,pp,uT} = q_{p,bp,uD} + q_{p,cif,uM} + t_{p,np} \qquad \text{(II.2.21)}$$

Donde:

$$q_{p,bp,uD} = U_{pxa,bp,D}\, u + F_{pxf,bp,D}\, u \qquad \text{(II.2.22)}$$

$$q_{p,cif,uM} = U_{pxa,cif,M}\, u + F_{pxf,cif,M}\, u \qquad \text{(II.2.23)}$$

$$t_{p,np} = U_{pxa,tnp}\, u + F_{pxf,np}\, u \qquad \text{(II.2.24)}$$

Definiciones II.2.5 Definiciones vinculadas a la utilización total de productos del esquema II.2.2:

Utilización total de productos para el consumo intermedio:

$$u_{p,pp,ci}' = u'\, U_{pxa,pb,D} + u'\, U_{pxa,cif,M} + u'\, U_{pxa,tnp} \qquad \text{(II.2.25)}$$

Utilización total de productos exportados:

$$\mu_{pp,x} = u'x_{p,pb,D} + u'x_{p,tnM} + \rho_{nr} + \alpha \qquad \text{(II.2.26)}$$

Utilización total de productos para el consumo de los hogares:

$$\mu_{pp,ch} = u'\ c_{p,pb,D} + u'\ c_{p,cif,M} + u'\ c_{p,tnp} + \rho_{r} - \rho_{nr} - \alpha \qquad \text{(II.2.27)}$$

Utilización total de productos para gasto final del gobierno:

$$\mu_{pp,g} = u'\ g_{p,pb,D} + u'\ g_{p,cif,M} + u'\ g_{p,tnp} \qquad \text{(II.2.28)}$$

Utilización total de productos para la formación de capital:

$$\mu_{pp,i} = u'\ i_{p,pb,D} + u'\ i_{p,cif,M} + u'\ i_{p,tnp} \qquad \text{(II.2.29)}$$

Utilización total de productos para todos los usos:

$$\mu_{pp,t} = u_{p,pp,ci}'\ u + \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} \qquad \text{(II.2.30)}$$

Alternativamente:

$$\mu_{pp,t} = u'q_{p,pb,D} + u'q_{p,cif,uM} + u't_{p,np} + \rho_{r} \qquad \text{(II.2.31)}$$

Demanda final total:

$$\mu_f = \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,I} \qquad \text{(II.2.32)}$$

Definiciones II.2.6. Definiciones adicionales vinculadas al esquema II.2.2

Matrices vinculadas a la demanda final: vectores componentes

Matriz del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados:

$$F_{pxf,bp,D} = \{ x_{p,bp,D},\ c_{p,bp,D},\ g_{p,bp,D},\ i_{p,bp,D} \} \qquad \text{(II.2.33)}$$

Matriz del valor de la demanda final total por producto importado a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados:

$$F_{pxf,cif,M} = \{ c_{p,cif,M},\ g_{p,cif,M},\ i_{p,cif,M} \} \qquad \text{(II.2.34)}$$

Matriz del valor de los Impuestos netos de subsidios sobre los productos para cada categoría de demanda final:

$$F_{pxf,np} = \{ x_{p,tnp},\ c_{p,tnp},\ g_{p,tnp},\ i_{p,tnp} \} \qquad \text{(II.2.35)}$$

Vectores vinculados a la demanda final

Vector del valor de la demanda final total por producto nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados:

$$f_{p,bp,D} = u´F_{pxf,bp,D} \qquad \text{(II.2.36)}$$

Vector del valor de la demanda final total por producto importado con los márgenes comerciales y de transporte integrados:

$$f_{p,bp,M} = u´F_{pxf,cif,M} \qquad \text{(II.2.37)}$$

Vector del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total:

$$f_{p,np} = u´F_{pxf,np} \qquad \text{(II.2.38)}$$

Matriz de valor agregado traspuesta: vectores componentes

$$V_{vxa}´ = \{ w_a, t_{a,no}, d_a, e_a \} \qquad \text{(II.2.39)}$$

Vector de demanda final

$$v_{a,pb}´ = u´F_{vx} \qquad \text{(II.2.40)}$$

Capítulo II.3

La Estructura Analítica de los Cuadros de Oferta y Utilización a Precios Básicos: el Caso de una Economía Abierta

Introducción

El modelo presentado en los dos capítulos anteriores, sirve de cimiento para los capítulos II.3 y II.4 , en los cuales se discute la transformación de los cuadros de oferta y utilización en la matriz simétrica de insumo-producto para el caso de una economía abierta.

En el capítulo II.3 se establece el conjunto de ecuaciones y matrices que constituyen la estructura analítica de los cuadros de oferta y utilización a precios básicos, mientras que los métodos matemáticos que se usan para derivar la matriz de insumo-producto simétrica a partir de los COUpb se analizan en el capítulo II.4.

En este capítulo se establecen las definiciones básicas y los supuestos que éstas implican, para proceder en el siguiente capítulo a su utilización en la estimación por medio de métodos matemáticos del elemento central de la economía de insumo-producto desde el punto de vista conceptual: el cuadro simétrico de insumo-producto.

II.3.1 La Estructura del Cuadro de Oferta y los coeficientes de producción

II.3.1.1 El Cuadro de Oferta: Estructura General y Matriz de Producción

La estructura del cuadro de oferta fue presentada en el capítulo II.1, pero con el fin de facilitar la lectura se reproduce enseguida en los esquemas II.3.1 a II.3.3 que ilustran el cuadro de oferta y la matriz de producción.

II.3.1.2 Identidades y Coeficientes de Producción del Cuadro de Oferta

Como se explicó, la oferta contiene productos de origen nacional e importados y servicios de comercio y transporte y el gobierno forma parte activa de la economía.

Asimismo, como se comentó en el capítulo II.1, la oferta de productos de origen nacional a precios básicos no es igual a la oferta total de productos a precios básicos y el total de productos a precios de comprador incluye los márgenes comerciales y de transporte, así como los impuestos a los productos[32].

[32] En el caso de esta economía todas las variables están valuadas a precios básicos y de comprador.

Esquema II.3.1 Estructura del Cuadro de Oferta[33]

	Actividades Productivas	Oferta de productos de origen nacional a precios básicos	Importaciones c.i.f. (Total f.o.b.)[34]	Ajuste c.i.f./f.o.b[35]	Oferta total de Productos a Precios básicos	Impuestos menos subsidios a los productos[36]	Márgenes de Comercio y transporte[37]	Oferta total de productos a precio de comprador
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8) = (5) + (6) + (7)
Productos	$Q_{pxa,bp}$	$q_{p,bp,d}$	$m_{p,cif}$	$- a_p$	$q_{p,bp,t}$	$t_{p,np}$	$m_{p,ttm}$	$q_{p,pp,t}$
Ajuste c.i.f./f.o.b			$- \alpha$	α				0
Compras de residentes en el Extranjero			ρ_r		ρ_r			ρ_r
Producción total de la Industria a precios básicos y totales de otras columnas	$q_{a,pb}{}'$	$\omega_{bp,d}$	μ_{fob}	0	$\omega_{bp,t}$	θ	0	$\omega_{pp,t}$

---

[33] Es el esquema II.1.1

[34] $\alpha = \tau + \sigma$

[35] El vector de ajuste a_p; incluye al vector s, en el cual se incorpora un valor de ajuste por separado para los servicios de transporte (τ); y los servicios de seguro (σ). Sin embargo, es necesario explicar que en este esquema estos dos elementos están concentrados en el producto de los renglones de servicios correspondientes. Esto es: $a_p' = (0, s)$; Donde: $i's = \alpha$

[36] Los impuestos menos subsidios a los productos se desglosan por separado en impuestos sobre los productos y subsidios a los productos, por simplicidad se les muestra agregados.

[37] Los márgenes comerciales y de transporte se desglosan por separado en márgenes de comercio y márgenes de transporte.

Esquema II.3.2 Estructura de la matriz de producción[38]

	Actividades Productivas	Oferta de productos de origen nacional a precios básicos
Productos	$Q_{pxa,bp}$	$q_{p,bp,d}$

[38] La matriz de producción (producto por actividad), es el segmento de la matriz de oferta que describe la producción interna o de origen nacional.

Esquema II.3.3 Estructura de la matriz de producción traspuesta para una economía cerrada

	Productos	Producción total de las actividades productivas a precios básicos
Actividades Productivas	$Q_{pxa,bp}{}'$	$q_{a,bp}$
Oferta de productos de origen nacional a precios básicos	$q_{p,bp,d}{}'$	$\omega_{bp,d}$

II.3.1.2.1 Vector de Producción de Productos de Origen Nacional[39]

Definición II.3.1. El vector de productos de origen nacional a precios básicos indica que la producción de cada mercancía es igual a la suma de las cantidades producidas en cada una de las industrias, a su vez igual a la suma del renglón correspondiente de la matriz de producción, como se indica en la siguiente ecuación:

$$q_{p,bp,d} = Q_{pxa,bp}\, u \qquad \text{(II.3.1)}$$

II.3.1.2.2 Vector de Producción de las Actividades Económicas Nacionales

Definición II.3.2. El vector de producción a precios básicos de las actividades económicas nacionales muestra que el producto bruto de cada actividad productiva es igual a la suma de la producción de cada mercancía o producto producido por esa actividad, a su vez igual a la suma de la columna correspondiente de la matriz de producción o, en forma equivalente; igual a la suma de la columna correspondiente a la traspuesta de la matriz de producción, como se indica en la siguiente ecuación:

$$q_{a,bp} = Q_{pxa,bp}'\, u \qquad \text{(II.3.2)}$$

[39] Tanto en el caso de los productos como de las actividades productivas el término nacional se refiere al interior de la nación. En el caso de una región sería más conveniente utilizar el término interno para referirse a la actividad productiva del interior de esa región que, por cierto, podría tratarse también de una nación. Por ello el uso generalizado del concepto de producto interno bruto.

II.3.1.2.3 Matriz de Coeficientes de Distribución de la Producción de las Actividades Productivas por Producto

Definición II.3.3. La matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto se define como:

$$D_{pxa} = Q_{pxa,bp}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1} \qquad \text{(II.3.3)}$$

Donde la matriz ($\mathrm{diag}(q_{a,bp})$) contiene el vector $q_{a,bp}$ en la diagonal principal y ceros en el resto de las casillas. Asimismo, $[\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]$ es la matriz inversa de la matriz $(\mathrm{diag}(q_{a,bp}))$.

El elemento i,j de una columna de la matriz D_{pxa} indica el porcentaje i en que el producto i fue producido por la actividad productiva j. La suma de las columnas es igual a uno porque para cada actividad productiva se obtiene el 100% de los productos que produjo. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.4.

II.3.1.2.4 Matriz de Participación en el Mercado o Matriz de Cuotas de Mercado (Matriz de Coeficientes de Distribución de la Producción de los Productos por Actividad Productiva)

Definición II.3.4. La Matriz de Participación en el Mercado o Matriz de Cuotas de Mercado (Matriz de Coeficientes de Distribución de la Producción de los Productos por Actividad Productiva) se define como:

$$D_{axp} = Q_{pxa,bp}{}'\ [\mathrm{diag}(q_{p,bp,d})^{-1}] \qquad \text{(II.3.4)}$$

Esquema II.3.4 Matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto

	Actividades Productivas
Productos	$D_{pxa} = Q_{pxa,bp} \left[diag(q_{a,bp})^{-1}\right]$
	u´

Donde la matriz $(diag(q_{p,bp,d}))$contiene el vector q_p en la diagonal principal y ceros en el resto de las casillas. Asimismo, $[diag(q_{p,bp,d})]^{-1}$ es la matriz inversa de la matriz $(diag(q_{p,bp,d}))$.

El elemento i,j de una columna de la matriz D_{pxa} indica el porcentaje i en que el producto i fue producido por la actividad productiva j. La suma de las columnas es igual a uno porque para cada producto se obtiene el 100% de su producción, independientemente de la actividad productiva que lo haya elaborado. Su estructura se puede apreciar en el esquema Esquema II.3.5.

Como puede constatarse por simple inspección, al despejar la matriz de Producción traspuesta se obtiene la siguiente ecuación:

$$Q_{pxa,bp}' = D_{axp}\, diag(q_{p,bp,d}) \tag{II.3.5}$$

II.3.2. La estructura del cuadro de utilización a precios básicos para una conomía abierta con los márgenes comerciales y de transporte integrados y los coeficientes de insumo-producto

La estructura del cuadro de utilización que fue expuesta en el capítulo II.2 se presenta en el esquema II.3.6 que reproduce el esquema II.2.2. En este caso, sin embargo, el objetivo es establecer el conjunto de ecuaciones y matrices que constituyen la estructura analítica de los cuadros de oferta y utilización necesaria para plantear los métodos matemáticos para derivar la matriz de insumo-producto simétrica a partir de los COU, que se analizan en el capítulo siguiente.

Esquema II.3.5 Matriz de participación en el mercado o matriz de cuotas de mercado (matriz de coeficientes de distribución de la producción de los productos por actividad productiva)

	Productos
Actividades Productivas	$D_{axp} = Q_{pxa,bp}{}' \left[diag(q_{p,bp})^{-1}\right]$
	u´

II.3.2.1 Estructura General

La valuación a precios básicos de la matriz de utilización a precios básicos para una economía abierta con los márgenes comerciales y de transporte integrados del esquema II.3.6, significa que los márgenes de comercio y transporte han sido restados del precio de los productos utilizados; NO están incluidos en el precio de los productos utilizados. Es decir, los márgenes de comercio y transporte se presentan en los renglones correspondientes a estas actividades de las matrices de productos de origen nacional e importado. Asimismo, los montos correspondientes a los impuestos a los productos netos de subsidios, que también han sido restados del precio de los productos utilizados, se muestran por separado, en dos matrices, una para lo correspondiente al consume intermedio y otra para la demanda final así como un vector de totales por producto.

Definiciones II.3.9. Utilización total de productos

Utilización total de productos (la producción interior de cada mercancía es absorbida como producto intermedio o como producto final neto).

$$q_{p,bp,uT} = U_{pxa,bp,T}\ u + F_{pxf,T}\ u \qquad \text{(II.3.6)}$$

Utilización total de productos nacionales

$$q_{p,bp,uD} = U_{pxa,bp,D}\ u + F_{pxf,D}\ u \qquad \text{(II.3.7)}$$

Utilización total de productos importados

$$q_{p,cif,uM} = U_{pxa,cif,M}\ u + F_{pxf,M}\ u \qquad \text{(II.3.8)}$$

II.3.6 Matriz de utilización a precios básicos para una economía abierta con los márgenes comerciales y de transporte integrados

	Actividades Productivas	Demanda final					Utilización total de productos
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares	Gasto final del gobierno	Formación bruta de capital	Total	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7) = (1)+...+(6)
Productos Nacionales	$U_{pxa,bp,D}$	$x_{p,bp,D}$	$c_{p,bp,D}$	$g_{p,bp,D}$	$i_{p,bp,D}$	$f_{p,bp,D}$	$q_{p,bp,uD}$
Productos Importados	$U_{pxa,cif,M}$		$c_{p,cif,M}$	$g_{p,cif,M}$	$i_{p,cif,M}$	$f_{p,bp,M}$	$q_{p,cif,uM}$
Impuestos netos de subsidios sobre los productos:	$U_{pxa,tnp}$	$x_{p,tnp}$	$c_{p,tnp}$	$g_{p,tnp}$	$i_{p,tnp}$	$f_{p,bp,tnp}$	$t_{p,np}$
Compras de residentes en el extranjero		ρ_{nr}	ρ_r			ρ_r	ρ_r
Compras de los no residentes en el país	I		$-\rho_{nr}$	II		$-\rho_{nr}$	0
Ajuste cif/fob		α	$-\alpha$			0	0
Total de usos a precios comprador	$u_{a,pp,ci}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	μ_f	$\mu_{pp,t}$
Valor agregado bruto a precios básicos	$v_{a,pb}'$						
Remuneración de los asalariados	w_a'						
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{a,no}'$						
Consumo de capital fijo	d_a III			IV			
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	e_a'						
Producción total por actividad productiva a precios básicos	$q_{a,pb}'$						

II.3.2.2 Matrices de Coeficientes de Insumo-Producto (Hipótesis Tecnológicas)

A manera de preámbulo para las matrices de coeficientes, a continuación se presenta las estructuras de la matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados) y la matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados) en los esquemas II.3.7 y II.3.8.

II.3.2.2.1 Matrices de coeficientes de utilización intermedia total y de origen nacional e importado con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva

Definición II.3.10. La matriz de coeficientes de utilización intermedia de origen nacional e importado a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (total de productos intermedios por unidad de producción por actividad productiva) se define como[40]:

$$\mathbf{B}_{pxa,T} = \mathbf{U}_{pxa,bp,T}\left[\operatorname{diag}(\mathbf{q}_{a,bp})^{-1}\right] \qquad \text{(II.3.9)}$$

El elemento i,j de una columna de la matriz $\mathbf{B}_{pxa,T}$ indica el porcentaje i en que el producto i fue utilizado como insumo por la actividad productiva j. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.9.

[40] En este caso: $\mathbf{U}_{pxa,bp,T} = \mathbf{U}_{pxa,bp,D} + \mathbf{U}_{pxa,bp,M}$

Esquema II.3.7 Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados)

	Actividades Económicas
Productos	$U_{pxa,bp,D}$

Esquema II.3.8 Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados)

	Actividades Económicas
Productos	$U_{pxa,cif,M}$

Esquema II.3.9 Matriz de coeficientes de utilización intermedia de origen nacional e importado a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (Matriz de coeficientes de utilización intermedia total por unidad producida por actividad productiva)

	Productos
Actividades Productivas	$B_{pxa,T}$

<u>Supuesto II.3.1.</u> En los cálculos que se presentarán en el siguiente capítulo se supondrá que en la matriz de coeficientes de utilización total de productos a precios básicos por unidad producida con márgenes de comercio y transporte incluidos por actividad productiva los insumos intermedios de mercancías son proporcionales a los productos de las industrias en que entran.

<u>Definición II.3.11.</u> <u>La matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen nacional a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva</u> (productos intermedios de origen nacional por unidad de producción por actividad productiva) se define como:

$$B_{pxa,D} = U_{pxa,bp,D}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}] \qquad (II.3.10)$$

El elemento i,j de una columna de la matriz $B_{pxa,D}$ indica el porcentaje i en que el producto de origen nacional i fue utilizado como insumo por la actividad productiva j. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.10.

<u>Supuesto II.3.2.</u> En los cálculos que se presentarán en el siguiente capítulo se supondrá que en la matriz de coeficientes de utilización de productos de origen nacional a precios básicos por unidad producida por actividad productiva los insumos intermedios de mercancías de origen nacional son proporcionales a los productos de las industrias en que entran.

Esquema II.3.10 Matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen nacional a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (productos intermedios de origen nacional por unidad de producción por actividad productiva)

	Productos
Actividades Productivas	$\mathbf{B}_{pxa,D}$

Definición II.3.12. La matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen importado a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (productos intermedios importados por unidad de producción por actividad productiva) se define como:

$$B_{pxa,M} = U_{pxa,bp,M} \left[diag(q_{a,bp})^{-1}\right] \qquad \text{(II.3.11)}$$

El elemento i,j de una columna de la matriz $B_{pxa,M}$ indica el porcentaje i en que el producto de origen importado i fue utilizado como insumo por la actividad productiva j. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.11.

Supuesto II.3.3. En los cálculos que se presentarán en el siguiente capítulo se supondrá que en la matriz de coeficientes de utilización de productos de origen importado a precios básicos por unidad producida por actividad productiva los insumos intermedios de mercancías de origen nacional son proporcionales a los productos de las industrias en que entran.

II.3.2.2.2 Matriz de coeficientes de Valor Agregado por Categoría de Valor Agregado por Unidad Producida de las Actividades Productivas

Definición II.3.13. La matriz de coeficientes de valor agregado por categoría de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas se define como:

$$L_{vxa} = V_{vxa} \left[diag(q_{a,bp})^{-1}\right] \qquad \text{(II.3.12)}$$

Esquema II.3.11 Matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen importado a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (productos intermedios importados por unidad de producción por actividad productiva)

	Productos
Actividades Productivas	$B_{pxa,M}$

El elemento i,j de la matriz L_{vxa} indica el porcentaje i en que la categoría de valor agregado i fue utilizado como insumo por la actividad productiva j. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.12

Supuesto II.3.4. En los cálculos que se presentarán en el siguiente capítulo se supondrá que en la matriz de coeficientes de valor agregado por categoría de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas los coeficientes son proporcionales a los productos de las industrias en que entran.

Esquema II.3.12 Matriz de coeficientes de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas por categoría de valor agregado

	Actividades Productivas
Valor Agregado Bruto a precios básicos	L_{vxa}

II.3.2.2.3 Vector de coeficientes de Valor Agregado Total por Unidad Producida de las Actividades Productivas

Definición II.3.14. El vector de coeficientes de valor agregado por categoría de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas se define como:

$$u' L_{vxa} = u' V_{vxa} \left[diag(q_{a,bp})^{-1}\right] = v_a' \left[diag(q_{a,bp})^{-1}\right] \qquad \text{(II.3.13)}$$

El elemento j de una columna del vector $u' L_{vxa}$ indica el porcentaje en que el total de valor agregado fue generado por la actividad productiva j. Su estructura se puede apreciar en el esquema II.3.13.

Supuesto II.3.5. En los cálculos que se presentan en el siguiente capítulo se supondrá que en el vector de coeficientes de valor agregado por categoría de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas los coeficientes son proporcionales a los productos de las industrias en que entran.

II.3.2.3 Estimación de las Matrices de Producción y Utilización con los Supuestos de Hipótesis Tecnológicas y de Producción y la *ecuación analítica asimétrica producto-actividad fundamental del* análisis insumo-producto.

Finalmente se pueden identificar algunas ecuaciones que serán útiles para el entendimiento del esquema de Insumo-Producto, en especial al estimar las matrices simétricas y diseñar modelos para el análisis de Insumo-Producto.

Esquema II.3.13 Vector de coeficientes de valor agregado (valor agregado de las actividades productivas por unidad de producción)

	Actividades Productivas
Valor Agregado Bruto a precios básicos	$u\acute{}L_{vxa}$

II.3.2.3.1 Matriz de Uso Intermedio Total

Las matrices de uso intermedio se pueden calcular despejando las definiciones de las matrices de coeficientes de utilización por unidad producida por actividad productiva; esto es:

$$U_{pxa,bp,T} = B_{pxa,T}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.3.14)}$$

$$U_{pxa,bp,D} = B_{pxa,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.3.15)}$$

$$U_{pxa,cif,M} = B_{pxa,M}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.3.16)}$$

El elemento i,j de una columna de estas matrices indica el total del insumo i, ya sea total, de origen nacional o importado, que fue utilizado por la actividad productiva j.

II.3.2.3.2 Matriz de Producción (cada industria produce mercancías en sus propias proporciones fijas)

La matriz de producción, a su vez, se puede calcular despejando la definición de la matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto; esto es:

$$Q_{pxa,bp} = D_{pxa}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.3.17)}$$

II.3.2.3.3 Matriz de Producción Traspuesta (Implica que las mercancías se originan en sus propias proporciones fijas en las diversas industrias)

Como se explicó al principio de este capítulo, la traspuesta de la matriz de producción, a su vez, se puede calcular despejando la definición de la Matriz de Participación en el Mercado o Matriz de Cuotas de Mercado; esto es:

$$\mathbf{Q}_{pxa,bp}{}' = \mathbf{D}_{axp}\ \mathrm{diag}(\mathbf{q}_{p,bp,d}) \qquad \text{(II.3.18)}$$

Implica que las mercancías se originan en sus propias proporciones fijas en las diversas actividades.

II.3.2.3.4 Las ecuaciones analíticas asimétricas producto-actividad fundamentales del análisis insumo-producto

Sustituyendo II.3.14 en II.3.6 obtenemos la *<u>ecuación analítica asimétrica producto-actividad total fundamental del</u>* análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización[41]:

$$\mathbf{q}_{p,bp,uT} = \mathbf{B}_{pxa,T}\ \mathbf{q}_{a,bp} + \mathbf{F}_{pxf,T}\ \mathbf{u} \qquad \text{(II.3.19)}$$

Sustituyendo II.3.14 en II.3.6 obtenemos la *<u>ecuación analítica asimétrica producto-actividad nacional fundamental del</u>* análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización.

$$\mathbf{q}_{p,bp,uD} = \mathbf{B}_{pxa,D}\ \mathbf{q}_{a,bp} + \mathbf{F}_{pxf,D}\ \mathbf{u} \qquad \text{(II.3.20)}$$

Sustituyendo II.3.14 en II.3.6 obtenemos la *<u>ecuación analítica asimétrica producto-actividad</u>*

[41] En este caso: $\mathbf{u}_{p,bp,T} = \mathbf{q}_{p,bp,uD} + \mathbf{q}_{p,cif,uM}$

importada fundamental del análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización.

$$\mathbf{q}_{p,cif,uM} = \mathbf{B}_{pxa,M}\ \mathbf{q}_{a,bp} + \mathbf{F}_{pxf,M}\ \mathbf{u} \qquad \text{(II.3.21)}$$

En el cuadro siguiente se presenta un resumen de los vectores y matrices analizados previamente en este capítulo.

Definiciones de los Cuadros de Oferta y Utilización para una Economía Abierta Hipótesis Tecnológicas (coeficientes de insumo-producto) e Hipótesis de Estructura Productiva	
Coeficientes de Insumo-Producto (Hipótesis Tecnológicas)	
Matriz de coeficientes de utilización intermedia de origen nacional e importado con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (total de productos intermedios por unidad de producción por actividad productiva)	$B_{pxa,T} = U_{pxa,bp,T}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen nacional con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (productos intermedios de origen nacional por unidad de producción por actividad productiva)	$B_{pxa,D} = U_{pxa,bp,D}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen importado con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva (productos intermedios importados por unidad de producción por actividad productiva)	$B_{pxa,M} = U_{pxa,cif,M}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Matriz de coeficientes de valor agregado por categoría de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas (Matriz de valor agregado por categoría de valor agregado de las actividades productivas por unidad de producción)	$L_{vxa} = V_{vxa}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Vector de coeficientes de valor agregado total por unidad producida de las actividades productivas (Vector de valor agregado total de las actividades productivas por unidad de producción)	$u' L_{vxa} = u' V_{vxa}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$ $= v_a'\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Coeficientes de Producción (Hipótesis de Estructura Productiva)	
Matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto	$D_{pxa} = Q_{pxa,bp}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]$
Matriz de participación en el mercado o de cuotas de mercado (Matriz de coeficientes de distribución de la producción de los productos por actividad productiva)	$D_{axp} = Q_{pxa,bp}'\ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]$
Relaciones Insumo-Producto de los Cuadros de Oferta y Utilización	
a) Identidades	
Utilización total de productos con márgenes de comercio y transporte incluidos II.3.6	$q_{p,bp,uT} = U_{pxa,bp,T}\ u + F_{pxf,T}\ u$

Total de oferta y utilización de los productos de origen nacional a precios básicos. Ecuación II.3.7	$q_{p,bp,uD} = U_{pxa,bp,D}\ u + F_{pxf,D}\ u$
Vector de productos importados c.i.f. Ecuación II.3.8	$q_{p,cif,uM} = U_{pxa,cif,M}\ u + F_{pxf,M}\ u$
Vector de producción de productos de origen nacional. Ecuación (II.3.1)	$q_{p,bp,d} = Q_{pxa,bp}\ u$
Vector de producción de las actividades económicas nacionales. Ecuación (II.3.2)	$q_{a,bp} = Q_{pxa,bp}'\ u$
b) Estimación de las Matrices de Producción y Utilización con los Supuestos de Hipótesis Tecnológicas y de Produccción	
Matriz de uso intermedio total. Ecuación (II.3.14)	$U_{pxa,bp,T} = B_{pxa,T}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})$
Matriz de uso intermedio de productos de origen nacional. Ecuación (II.3.15)	$U_{pxa,bp,D} = B_{pxa,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})$
Matriz de uso intermedio de productos de origen importado. Ecuación (II.3.16)	$U_{pxa,cif,M} = B_{pxa,M}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})$
Matriz de producción. Ecuación (II.3.17)	$Q_{pxa,bp} = D_{pxa}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})$
Matriz de producción traspuesta. Ecuación (II.3.18)	$Q_{pxa,bp}' = D_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,d})$

Capítulo II.4

La Transformación de los Cuadros de Oferta y Utilización en la Matriz Simétrica de Insumo-Producto: el Caso de una Economía Abierta

Introducción

El enfoque teórico utilizado en los capítulos I.1 y I.2, en especial el estructurado matemáticamente con las matrices de insumo-producto en unidades físicas, presenta dificultades por la extrema complejidad y costosos procesos de recolección de la información necesaria para su integración y análisis. Sin embargo, es el paradigma del análisis de insumo-producto reconocido en las normas internacionales en este tema:

> "Lo ideal ... es contar con datos que describan la estructura de insumos de cada tipo de actividad que produce un único producto en la economía. En esta situación ideal ... está garantizada la homogeneidad de las funciones de producción .... Si no se garantiza la homogeneidad, habrá distorsión en el análisis, sobre todo cuando los efectos totales se calculan usando la inversa de Leontief" (Naciones Unidas. 2000; 4.3).

La exigencia práctica, por ello, basada en matrices agregadas en las que cada tipo de actividad no produce un único producto, enfatiza la importancia de la homogeneidad en el análisis de insumo-producto; es decir, cada actividad de un cuadro de insumo-producto debe ser lo más homogénea posible para que sea un instrumento para el análisis.

> "A diferencia de la situación ideal, los cuadros de oferta y utilización como marco integrado para las estadísticas de producción se han diseñado para que sirvan como la mejor herramienta estadística para la compilación de los agregados de las cuentas nacionales y para que proporcionen información para la compilación del cuadro simétrico de insumo-producto" (Naciones Unidas. 2000; 4.3).

En este capítulo se presenta el problema de los productos secundarios que aparecen en los cuadros de oferta y utilización y son los causantes de la heterogeneidad característica de los cuadros de oferta y utilización. Asimismo, se analizan a detalle los cuatro métodos matemáticos que se utilizan para la estimación del cuadro simétrico de insumo-producto a partir de los los cuadros de oferta y utilización asimétricos y heterogéneos para una economía abierta y con la matriz de consumo intermedio importado abierta de dimensión producto- actividad.

II.4.1 El problema de los productos secundarios y la estructura de la matriz simétrica

El problema de los productos secundarios

La derivación del cuadro simétrico de insumo-producto a partir de los cuadros de oferta y utilización se dificulta por la presencia de productos secundarios, ya que incluso si se usa el establecimiento como unidad estadística, como es el caso de los Censos Económicos de México, la matriz de oferta resultante contiene productos secundarios y consecuentemente las actividades productivas deben ser tratadas estadísticamente para lograr el objetivo de que éstas sean unidades de producción lo más homogéneas posibles y posteriormente deben ser tratadas matemáticamente para lograr la estimación final de la matriz simétrica. A continuación se clasifican los productos secundarios de acuerdo a los lineamientos de los documentos normativos de Naciones Unidas (2000; 4.6 a 4.11).

1. Productos secundarios que se originan en prácticas estadísticas

Los productos secundarios pueden ser el resultado de prácticas estadísticas menos refinadas que no siguen estrictamente la definición de establecimiento que se hace en Naciones Unidas (2000; 2.55), prácticas que pueden tener su origen en una norma estadística que busca presentar los datos de producción en la forma más realista posible y adopta a la empresa como unidad estadística.

Si se usa la empresa como unidad estadística y ésta es un establecimiento múltiple que produce más de un producto, surge el problema de los productos secundarios, es decir, en el cuadro de oferta se registrará más de un producto para la misma industria. Otro ejemplo es el de las empresas (o establecimientos) integradas verticalmente que no se separan en establecimientos como recomienda Naciones Unidas (2000).

También puede darse el caso de una empresa integrada horizontalmente que opera en un emplazamiento y produce distintos productos para su venta en el mercado. Pero aquí aunque quizás sea evidente que cada producto se produce por medio de una tecnología distinta, los datos sobre la producción se reúnen en forma agregada y se trata a la empresa como si fuera un único establecimiento.

Incluso cuando se siguen las recomendaciones de Naciones Unidas (2000), seguirán apareciendo productos secundarios en tanto las actividades que los producen no se identifiquen como establecimientos separados, pero en este caso en los cuadros de insumo-producto asimétricos habrá un número menor de productos secundarios y por lo general el problema se resolverá después matemáticamente.

2. Productos secundarios atribuibles a la tecnología de producción

Hay subproductos porque algunas tecnologías producen más de un producto simultáneamente y también pueden producirse productos similares en otros lugares mediante otras técnicas muy distintas de producción. Es posible distinguir tres clases:

a) Los subproductos exclusivos son aquellos que no se producen por separado en ningún otro lugar, por ejemplo la melaza vinculada a la producción de azúcar y la chatarra en las industrias metalúrgicas.

b) Los subproductos ordinarios son aquellos vinculados tecnológicamente a la producción de otros productos, pero que también se producen por separado como productos principales. Un ejemplo de esta clase es el hidrógeno, un subproducto en las refinerías de petróleo que también es producido por separado por otros establecimientos de la industria química.

c) Los productos conexos son aquellos que tienen una vinculación tecnológica menos estrecha que los subproductos ordinarios; los costos que comparten estos productos tienen un valor más significativo que los subproductos ordinarios. Un ejemplo: la leche y la carne en la industria ganadera que pueden producirse en una escala que depende de la demanda de cada producto y la relación entre ambos puede variar frente a la modificación de la demanda. Uno de los productos conexos puede ser producido por separado en otro lado. No es fácil distinguir entre productos conexos y subproductos.

La estructura de la matriz simétrica

La estructura del cuadro de utilización presentada en los esquemas II.2.2 y II.3.6 son la Base para derivar las matrices simétricas cuya estructura está contenida en los esquemas II.4.1. y II.4.2. Asimismo, el conjunto de definiciones y supuestos, ecuaciones y matrices que constituyen la estructura analítica de los cuadros de oferta y utilización presentados en el capítulo anterior, en especial el último cuadro sinóptico sobre hipótesis tecnológicas (coeficientes de insumo-producto) e hipótesis de estructura productiva, son utilizados para plantear los métodos matemáticos definidos para derivar la matriz de insumo-producto simétrica a partir de los COU .

Reiteramos que la valuación a precios básicos de los esquemas II.4.1 y II.4.2 para las matrices simétricas a precios básicos para una economía abierta, significa que los márgenes de comercio y transporte han sido restados del precio de los productos utilizados; NO están incluidos en el precio de los productos utilizados. Es decir, los márgenes de comercio y transporte se presentan en los renglones correspondientes a estas actividades en las matrices de productos y actividades de origen nacional e importado. Asimismo, los montos correspondientes a los impuestos a los productos netos de subsidios, que también han sido restados del precio de los productos utilizados, se muestran por separado, en dos matrices, una para lo correspondiente al consumo intermedio y otra para la demanda final así como un vector de totales por producto.

Esquema II.4.1 Matriz simétrica actividad productiva-por-actividad productiva a precios básicos para una economía abierta

	Actividades Productivas	Demanda final					Utilización total de productos
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares	Gasto final del gobierno	Formación bruta de capital	Total	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7) = (1) + ... + (6)
Actividades Nacionales	$U_{axa,bp,D}$	$x_{a,bp,D}$	$c_{a,bp,D}$	$g_{a,bp,D}$	$i_{a,bp,D}$	$f_{a,bp,D}$	$q_{a,bp,uD}$
Actividades Extranjeras	$U_{axa,cif,M}$		$c_{a,cif,M}$	$g_{a,cif,M}$	$i_{a,cif,M}$	$f_{a,bp,M}$	$q_{a,cif,uM}$
Impuestos netos de subsidios sobre los productos:	$U_{axa,tnp}$	$x_{a,tnp}$	$c_{a,tnp}$	$g_{a,tnp}$	$i_{a,tnp}$	$f_{a,bp,tnp}$	$t_{a,np}$
Compras de residentes en el extranjero		ρ_{nr}	ρ_{r}			ρ_{r}	ρ_{r}
Compras de los no residentes en el país	I		$-\rho_{nr}$	II		$-\rho_{nr}$	0
Ajuste cif/fob		α	$-\alpha$			0	0
Total de usos a precios comprador	$u_{a,pp,ci}{}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	μ_{f}	$\mu_{pp,t}$
Valor agregado bruto a precios básicos	$v_{a,pb}{}'$						
Remuneración de los asalariados	$w_{a}{}'$						
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{a,no}{}'$						
Consumo de capital fijo	d_{a} III			IV			
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	$e_{a}{}'$						
Producción total por actividad productiva a precios básicos	$q_{a,pb}{}'$						

Esquema II.4.2 Matriz simétrica producto-por-producto a precios básicos para una economía abierta

	Actividades Productivas	Demanda final					Utilización total de productos
		Exportaciones f.o.b.	Gasto final de los hogares	Gasto final del gobierno	Formación bruta de capital	Total	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7) = (1) + ... + (6)
Actividades Nacionales	$U_{pxp,bp,D}$	$x_{p,bp,D}$	$c_{p,bp,D}$	$g_{p,bp,D}$	$i_{p,bp,D}$	$f_{p,bp,D}$	$q_{p,bp,uD}$
Actividades Extranjeras	$U_{pxp,cif,M}$		$c_{p,cif,M}$	$g_{p,cif,M}$	$i_{p,cif,M}$	$f_{p,bp,M}$	$q_{p,cif,uM}$
Impuestos netos de subsidios sobre los productos:	$U_{pxp,tnp}$	$x_{p,tnp}$	$c_{p,tnp}$	$g_{p,tnp}$	$i_{p,tnp}$	$f_{p,bp,tnp}$	$t_{p,np}$
Compras de residentes en el extranjero		ρ_{nr}	ρ_r			ρ_r	ρ_r
Compras de los no residentes en el país	I		$-\rho_{nr}$	II		$-\rho_{nr}$	0
Ajuste cif/fob		α	$-\alpha$			0	0
Total de usos a precios comprador	$u_{p,pp,ci}{}'$	$\mu_{pp,x}$	$\mu_{pp,ch}$	$\mu_{pp,g}$	$\mu_{pp,i}$	μ_f	$\mu_{pp,t}$
Valor agregado bruto a precios básicos	$v_{p,bp}{}'$						
Remuneración de los asalariados	$w_p{}'$						
Otros impuestos sobre la producción netos de subsidios	$t_{p,no}{}'$						
Consumo de capital fijo	$d_p{}'$ III			IV			
Excedente de explotación/ingreso mixto bruto	$e_p{}'$						
Producción total por actividad productiva a precios básicos	$q_{p,bp}{}'$						

Los cuadros de oferta y utilización son el centro del sistema de cuentas nacionales y la parte intermedia de estas matrices es en principio rectangular ya que el número de productos en la práctica usualmente es mayor al número de actividades productivas (no obstante también pueden ser cuadradas). La parte intermedia de una matriz simétrica de insumo-producto, por su parte, es cuadrada por definición y por la importancia que esto tiene para el análisis de insumo-producto. El número de renglones es igual al número de columnas.

Las dimensiones de las matrices simétricas pueden ser actividad-por-actividad o producto-por-producto, tal como se muestra a continuación, respectivamente, en los esquemas II.4.1 y II.4.2

Definiciones II.4.1. Vectores de la utilización total de productos del esquema II.4.1:

Utilización total de productos para el consumo intermedio:

$$u_{a,pp,ci}' = u' \, U_{axa,pb,D} + u' \, U_{axa,cif,M} + u' \, U_{axa,tnp} \qquad \text{(II.4.1)}$$

Utilización total de productos exportados:

$$\mu_{pp,x} = u' x_{a,pb,D} + u' x_{a,tnp} + \boldsymbol{\rho}_{nr} + \boldsymbol{\alpha} \qquad \text{(II.4.2)}$$

Utilización total de productos para el consumo de los hogares:

$$\mu_{pp,ch} = u' \, c_{a,pb,D} + u' \, c_{a,cif,M} + u' \, c_{a,tnp} + \boldsymbol{\rho}_{r} - \boldsymbol{\rho}_{nr} - \boldsymbol{\alpha} \qquad \text{(II.4.3)}$$

Utilización total de productos para gasto final del gobierno:

$$\mu_{pp,g} = u' \, g_{a,pb,D} + u' \, g_{a,cif,M} + u' \, g_{a,tnp} \qquad (II.4.4)$$

Utilización total de productos para la formación de capital:

$$\mu_{pp,i} = u' \, i_{a,pb,D} + u' \, i_{a,cif,M} + u' \, i_{a,tnp} \qquad (II.4.5)$$

Definiciones II.4.2. Utilización total de productos para todos los usos:

$$\mu_{pp,t} = u_{p,bp,ci}' \, u + \mu_{bp,x} + \mu_{bp,ch} + \mu_{bp,g} + \mu_{bp,i} \qquad (II.4.6)$$

Alternativamente:

$$\mu_{pp,t} = u' \, q_{a,bp,uD} + u' \, q_{a,cif,uM} + u' t_{a,np} + \rho_r \qquad (II.4.7)$$

Definiciones II.4.3. Demanda final total:

$$\mu_f = \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} \qquad (II.4.8)$$

Definiciones II.4.4. Matrices vinculadas a la demanda final del esquema II.4.1

$$F_{axf,bp,D} = \{ x_{a,bp,D}, \; c_{a,bp,D}, \; g_{a,bp,D}, \; i_{a,bp,D} \} \qquad (II.4.9)$$

$$F_{axf,cif,M} = \{ c_{a,cif,M},\ g_{a,cif,M},\ i_{a,cif,M} \} \qquad (II.4.10)$$

$$F_{axf,bp,np} = \{ x_{a,tnp},\ c_{a,tnp},\ g_{a,tnp},\ i_{a,tnp} \} \qquad (II.4.11)$$

Definiciones II.4.5. Vectores vinculados a la demanda final

$$f_{a,bp,D} = F_{axf,bp,D}\ u \qquad (II.4.12)$$

$$f_{a,cif,M} = F_{axf,bp,M}\ u \qquad (II.4.13)$$

$$f_{a,bp,tnp} = F_{axf,bp,tnp}\ u \qquad (II.4.14)$$

Definición II.4.6. Matriz de valor agregado traspuesta

$$V_{vxa}{}' = \{ w_a, t_{a,no}, d_a, e_a \} \qquad (II.4.15)$$

Definición II.4.7. Vector de valor agregado

$$v_{a,pb}{}' = u' V_{vxa} \qquad (II.4.16)$$

Definiciones II.4.8. Vectores de la utilización total de productos del esquema II.4.2:

Utilización total de productos para el consumo intermedio:

$$u_{p,pp,ci}{}' = u'\ U_{pxp,pb,D} + u'\ U_{pxp,cif,M} + u'\ U_{pxp,tnp} \qquad (II.4.17)$$

Utilización total de productos exportados:

$$\mu_{pp,x} = u' x_{p,pb,D} + u' x_{p,tnp} + \boldsymbol{\rho}_{nr} + \boldsymbol{\alpha} \qquad (II.4.18)$$

Utilización total de productos para el consumo de los hogares:

$$\mu_{pp,ch} = u' \; c_{p,pb,D} + u' \; c_{p,cif,M} + u' \; c_{p,tnp} + \boldsymbol{\rho}_{r} - \boldsymbol{\rho}_{nr} - \boldsymbol{\alpha} \qquad (II.4.19)$$

Utilización total de productos para gasto final del gobierno:

$$\mu_{pp,g} = u' \; g_{p,pb,D} + u' \; g_{p,cif,M} + u' \; g_{p,tnp} \qquad (II.4.20)$$

Utilización total de productos para la formación de capital:

$$\mu_{pp,i} = u' \; i_{p,pb,D} + u' \; i_{p,cif,M} + u' \; i_{p,tnp} \qquad (II.4.21)$$

Definición II.4.9. Utilización total de productos para todos los usos:

$$\mu_{pp,t} = u_{p,bp,ci}' \; u + \mu_{bp,x} + \mu_{bp,ch} + \mu_{bp,g} + \mu_{bp,i} \qquad (II.4.22)$$

Alternativamente:

$$\mu_{pp,t} = u' q_{p,pb,uD} + u' q_{p,cif,uM} + u' t_{p,np} + \rho_r \qquad \text{(II.4.23)}$$

Definición II.4.10. Demanda final total:

$$\mu_f = \mu_{pp,x} + \mu_{pp,ch} + \mu_{pp,g} + \mu_{pp,i} \qquad \text{(II.4.24)}$$

Definiciones vinculadas a la matriz simétrica producto-por-producto a precios básicos para una economía abierta:

Definiciones II.4.11. Matrices vinculadas a la demanda final del esquema II.4.2:

$$F_{pxf,bp,D} = \{ x_{p,bp,D},\ c_{p,bp,D},\ g_{p,bp,D},\ i_{p,bp,D} \} \qquad \text{(II.4.25)}$$

$$F_{pxf,cif,M} = \{ c_{p,cif,M},\ g_{p,cif,M},\ i_{p,cif,M} \} \qquad \text{(II.4.26)}$$

$$F_{pxf,np} = \{ x_{p,tnp},\ c_{p,tnp},\ g_{p,tnp},\ i_{p,tnp} \} \qquad \text{(II.4.27)}$$

Definiciones II.4.12. Vectores vinculados a la demanda final:

$$f_{p,bp,D} = F_{pxf,bp,D}\ u \qquad \text{(II.4.28)}$$

$$f_{p,cif,M} = F_{pxf,cif,M}\ u \qquad \text{(II.4.29)}$$

$$f_{p,bp,tnp} = F_{pxf,np}\, u \qquad \text{(II.4.30)}$$

Definición II.4.13. Matriz de valor agregado traspuesta:

$$V_{vxp}' = \{w_p, t_{p,no}, d_p, e_p\} \qquad \text{(II.4.31)}$$

Definición II.4.11. Vector de valor agregado:

$$v_{p,bp}' = u' V_{vxp} \qquad \text{(II.4.32)}$$

II.4.2 Los Métodos Estadísticos

En esta disertación no se tratan los métodos estadísticos a profundidad[42]. Sin embargo, conviene señalar que se usan tres métodos para separar productos e insumos de subproductos y productos conexos:

1. El método de la transferencia negativa. Método desarrollado por Richard Stone, en el cual sólo se transfiere la producción;

2. El método de agregación o transferencia positiva. En el cual la producción y los insumos de los subproductos quedan incluidos en el producto principal de la industria en que se producen y

3. El método de transferencia de productos e insumos o método de la redefinición. Se basa en el conocimiento de expertos de cada actividad productiva que intervienen directamente

[42] Para un tratamiento completo sobre este tema véase Vu Quang Viet. (1994).

en la decisión de cuáles son los insumos independientes que se asignarán a los productos secundarios. Tanto producción como insumos son transferidos a los subproductos y productos conexos a los que pertenecen característicamente.

II.4.3 Los métodos matemáticos[43]

De acuerdo con la matriz de definiciones de coeficientes de insumo e hipótesis tecnológicas de los cuadros de oferta y utilización para el caso de una economía abierta, que he presentado en el capítulo anterior, especialmente los relacionados con las ecuaciones 2.3.29 a 2.3.40, es posible derivar matemáticamente las matrices simétricas de insumo-producto por cuatro métodos. Por razones matemáticas en adelante se supone que el cuadro de utilización – y por ende la matriz de producción – es cuadrado y se identifican los casos en que esta condición es absolutamente necesaria.

En esta tesis se utiliza una terminología distinta a la que plantea el manual de insumo-producto de la Organización de Naciones Unidas porque a la luz de investigaciones recientes se ha encontrado que los supuestos subyacentes a los distintos métodos no sólo están relacionados con la tecnología: tecnología de los productos (*Product technology)* y tecnología de las actividades productivas *(Industry technology)*, sino también a la estructura fija de ventas de los productos o cuotas de mercado *(Sales structures fixed)* y estructura fija de ventas de las actividades productivas *(product fixed industry)*. como lo establece el siguiente párrafo:

> "It has been pointed out that the terminology first introduced in the 1968 SNA is misleading, when the term "technology" is used also in connection with the construction of a SIOT of the industry-by- industry type from supply and use tables (SUT). An overview of the revised terminology used in this paper in is shown in chart 2. The main distinction is not between two technology

---

[43] Para una revisión exhaustiva de los distintos enfoques para el tratamiento de los productos secundarios véase: Rueda Cantuche José Manuel (2004). Esta referencia incluye también una extensa bibliografía sobre el tema objeto de esta disertación.

assumptions, but between technology assumptions on the one hand, and sales structure assumptions on the other". Thage, Bent. (2005). Véase también: Konijn P.A. and A.E.Steenge. (1995).

Lo cual ha sido reconocido recientemente por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), al aludirse uno de los métodos matemáticos a que me referiré, como es claro en el siguiente párrafo:

"But as Thage 2005 shows this description of the conversion (industry-technology assumption) is inaccurate where industry-by-industry tables are concerned, and, is better described as a fixed product sales structure assumption. In other words the conversion merely assumes that the proportion of domestically produced commodity A bought by industry B from industry C is proportional to industry C´s share of the total (domestic) economy production of commodity A. Put this way, it is clear that this is a far less demanding assumption than that implied by the equivalent, but differently named, industry- technology assumption". Norihiko Yamano and Nadim Ahmad (2006).

II.4.4 Los métodos matemáticos para el segmento de los productos de origen nacional.

Como se señaló en el capítulo anterior, sustituyendo II.3.15 en II.3.7 obtenemos la *ecuación analítica asimétrica producto-actividad fundamental* del segmento de productos y actividades de origen nacional *del* análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$q_{p,bp,uD} = B_{pxa,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})\ u + F_{pxf,D}\ u = U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ q_{a,bp} + F_{pxf,D}\ u \qquad \text{(II.4.33)}$$

Es decir:

$$\boxed{q_{p,bp,uD} = B_{pxa,D}\ q_{a,bp} + F_{pxf,D}\ u} \qquad \text{(II.4.34)}$$

El vector de utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos es función lineal de la producción de las actividades $q_{p,bp,uD} = f(q_{a,bp})$. Pero esta ecuación no se puede resolver porque en general $q_{p,bp,uD} \neq q_{a,bp}$ aún en el caso de que el número de productos sea igual al número de actividades productivas. En otras palabras, esta ecuación analítica es asimétrica porque en este caso involucra una matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen nacional con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva ($B_{pxa,D}$), la cual es asimétrica porque en las filas se utilizan distintas unidades que en las columnas (productos en los renglones y actividades en las columnas). También porque la matriz de uso intermedio total, definida en el capítulo anterior y que es igual a:

$$U_{pxa,bp,D} = B_{pxa,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) = U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.4.35)}$$

También es asimétrica por las mismas razones.

II.4.4.1 Matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto.

Despejamos $\mathrm{diag}(q_{a,bp})$ de II.3.17 y obtenemos:

$$\mathrm{diag}(q_{a,bp}) = (D_{pxa})^{-1}\ Q_{pxa,bp} \qquad \text{(II.4.36)}$$

Después sustituimos II.4.36 en II.4.34 para solucionar el sistema:

$$q_{p,bp,uD} = B_{pxa,D}\ (D_{pxa})^{-1} Q_{pxa,bp}\ u + F_{pxf,D}\ u \qquad \text{(II.4.37)}$$

Sustituimos la ecuación II.3.1 en II.4.37 y obtenemos la *ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto fundamental* para el segmento de los productos de origen nacional *basada en el supuesto de tecnología del producto* derivada matemáticamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$\boxed{q_{p,bp,uD} = B_{pxa,D} \left(D_{pxa}\right)^{-1} q_{p,bp,uD} + F_{pxf,D}\, u} \qquad \text{(II.4.38)}$$

Esta ecuación en realidad es un sistema de ecuaciones lineales en el que el vector de utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos es función lineal de si mismo $q_{p,bp,uD} = f(q_{p,bp,uD})$. El vector de utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos es función lineal del vector de utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos.

Obtenemos los resultados necesarios para estimar la *matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto y su relación con las variables originales de los cuadros asimétricos de oferta y utilización es*:

$$\begin{gathered} U_{P,pxp,bp,D} = B_{pxa,D} \left(D_{pxa}\right)^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp,uD}\right) = \\ U_{pxa,bp,D} \left[\operatorname{diag}\left(q_{a,bp}\right)^{-1}\right] \left[\operatorname{diag}\left(q_{a,bp}\right)\right] Q_{pxa,bp}^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp,uD}\right) = \\ U_{pxa,bp,D}\, Q_{pxa,bp}^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp,uD}\right) \end{gathered} \qquad \text{(II.4.39)}$$

Por ello la ecuación analítica es simétrica; porque la matriz de uso intermedio total es simétrica ya que en las filas se utilizan las mismas unidades que en las columnas (productos en los renglones y productos en las columnas).

Así, la *matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto es:*

$$A_{P,pxp,bp,D} = B_{pxa,D}\ (D_{pxa})^{-1} = U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})\ Q_{pxa,bp}^{-1} \qquad (II.4.40)$$

Y por la definición de la matriz de producción por producto de las actividades productivas:

$$D_{pxa} = Q_{pxa,bp}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1} \qquad (II.4.41)$$

Sabemos que:

$$(D_{pxa})^{-1} = \mathrm{diag}(q_{a,bp})\ (Q_{pxa,bp})^{-1} \qquad (II.4.42)$$

Así que la *<u>ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto de tecnología del producto</u>* para el segmento de los productos de origen nacional *s*e puede resolver *en el caso de que el cuadro de oferta sea cuadrado*. La solución del sistema es:

$$q_{p,bp,uD} = [I - B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1}]^{-1}\ F_{pxf,D}\ u = [I - B_{pxa,D}\ (\mathrm{diag}(q_{a,bp}))\ (Q_{pxa,bp})^{-1}]^{-1}\ F_{pxf,D}\ u \qquad (II.4.43)$$

Donde I representa la matriz identidad.

Nótese que la ecuación II.4.43 implica la presencia de números negativos tanto en la *<u>Matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto</u>* como en la *<u>matriz de uso intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto.</u>*

La Matriz de Valor Agregado por producto basada en el supuesto de la tecnología del producto ($V_{P,vxp}$)

Derivado de la ecuación II.4.38 y la estimación de la *matriz simétrica de coeficientes técnicos producto-por-producto con tecnología del producto* ecuación II.4.40 obtenemos:

$$q_{p,bp,uD} = A_{P,pp,bp,D}\, q_{p,bp,uD} + F_{pxf,D}\, u = U_{P,pxp,bp,D}\, u + F_{pxf,D}\, u \qquad \text{(II.4.44)}$$

Así, se deduce que la premultiplicación del vector de productos de origen nacional por la matriz simétrica de coeficientes técnicos producto-por-producto con tecnología del producto es igual a la suma de los renglones de la matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto:

$$A_{P,pxp,bp,D}\, q_{p,bp,uD} = U_{P,pxp,bp,D}\, u \qquad \text{(II.4.45)}$$

Considerando que:

$$u = \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\, q_{p,bp} \qquad \text{(II.4.46)}$$

Entonces:

$$A_{P,pxp,bp,D}\, q_{p,bp,uD} = U_{P,pxp,bp,D}\, \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\, q_{p,bp,uD} \qquad \text{(II.4.47)}$$

Es decir:

$$B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1}\ q_{p,bp,uD} = U_{P,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\ q_{p,bp,uD} \qquad \text{(II.4.48)}$$

Por lo que:

$$B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1}\ q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}' = U_{P,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\ q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}' \qquad \text{(II.4.49)}$$

Y:

$$B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1}\ (q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}')\ (q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}')^{-1} = U_{P,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1} \qquad \text{(II.4.50)}$$

Entonces:

$$B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1} = U_{P,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1} \qquad \text{(II.4.51)}$$

Así que:

$$\boxed{U_{P,pxp,bp,D} = B_{pxa,D}\ [D_{pxa}]^{-1}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) = U_{pxa,bp,D}\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})} \qquad \text{(II.4.52)}$$

Luego, tomando las definiciones de $B_{pxa,bp,D}$ y la $(D_{pxa})^{-1}$:

$$U_{P,pxp,bp,D} = U_{pxa,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp})\ (Q_{pxa,bp})^{-1}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) \qquad \text{(II.4.53)}$$

Que se puede simplificar, como lo establecen las ecuaciones II.4.39 y II.4.52, de la siguiente manera:

$$\boxed{U_{P,pxp,bp,D} = U_{pxa,bp,D} \left(Q_{pxa,bp}\right)^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp,uD}\right)} \qquad \text{(II.4.54)}$$

Con lo cual obtenemos la matriz de transformación para las columnas de la matriz de valor agregado de dimensiones vxa:

$$\boxed{\left[Q_{pxa,bp}\right]^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp,uD}\right)} \qquad \text{(II.4.55)}$$

Es decir, la *matriz de valor agregado basada en el supuesto de tecnología del producto* para el segmento de los productos de origen nacional de dimensiones categorías de valor agregado por producto (vxp) sería:

$$\boxed{V_{P,vxp} = V_{vxa} \left(Q_{pxa,bp}\right)^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp}\right)} \qquad \text{(II.4.56)}$$

Asimismo, el *vector de valor agregado por producto basado en el supuesto de la tecnología del producto* para el segmento de los productos de origen nacional sería:

$$\boxed{v_{P,p,bp}{}' = u' V_{P,vxp} = u' V_{vxa} \left(Q_{pxa,bp,}\right)^{-1} \operatorname{diag}\left(q_{p,bp}\right)} \qquad \text{(II.4.57)}$$

II.4.4.2 Matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen

naciona basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas.

Sustituyendo II.3.17 en II.3.1 y tomando en cuenta que el vector del valor de la oferta de productos de origen nacional a precios básicos por producto ($q_{p,bp,d}$) es igual el vector del valor de la utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos ($q_{p,bp,uD}$), obtenemos:

$$q_{p,bp,d} = q_{p,bp,uD} = D_{pxa}\, q_{a,bp} \qquad \text{(II.4.58)}$$

Que se sustituye en la <u>*ecuación analítica asimétrica producto-actividad productiva para el segmento de productos de origen nacional*</u> *fundamental del* análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización (ecuación II.4.33):

$$D_{pxa}\, q_{a,bp} = B_{pxa,D}\, q_{a,bp} + F_{pxf,D}\, u \qquad \text{(II.4.59)}$$

Así, obtenemos la <u>*ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad para el segmento de productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija*</u> derivada matemáticamente de los cuadros de oferta y utilización cuadrados:

$$\boxed{q_{a,bp} = (D_{pxa})^{-1}\, B_{pxa,D}\, q_{a,bp} + (D_{pxa})^{-1}\, F_{pxf,D}\, u} \qquad \text{(II.4.60)}$$

Esta ecuación en realidad es un sistema de ecuaciones lineales en el que el vector de producción de las actividades productivas es función lineal de si mismo $q_{a,bp} = f(q_{a,bp})$. El vector de producción de las actividades productivas es función lineal del vector de producción de las actividades productivas.

Así, la *matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas es.*

$$\boxed{A_{FIS,axa,bp,D} = (D_{pxa})^{-1} B_{pxa,D} = \mathrm{diag}(q_{a,bp})\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]}$$

(II.4.61)

Así que la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad para el segmento de productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija* se puede resolver *en el caso de que el cuadro de oferta sea cuadrado*. La solución del sistema es:

$$\boxed{q_{a,bp} = (I- (D_{pxa})^{-1} B_{pxa,D})^{-1} (D_{pxa})^{-1} F_{pxf,D}\ u} \qquad \text{(II.4.62)}$$

Alcanzamos los resultados necesarios para estimar la *matriz de consumo intermedio simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas*:

$$\begin{aligned} U_{FIS,axa,bp,D} &= (D_{pxa})^{-1} B_{pxa,D}\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) = \\ &[\mathrm{diag}(q_{a,bp})]\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) = \\ &[\mathrm{diag}(q_{a,bp})]\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ U_{pxa,bp,D} \end{aligned} \qquad \text{(II.4.63)}$$

Por ello la ecuación analítica es simétrica; porque la matriz de uso intermedio total es simétrica ya que en las filas se utilizan las mismas unidades que en las columnas (actividades productivas en los renglones y actividades productivas en las columnas).

La Matriz de Demanda Final por actividades basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas ($F_{FIS,axf,bp,D}$)

De II.4.60 observamos que se ha transformado la demanda final de productos a actividades productivas de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$(D_{pxa})^{-1}\ F_{pxf,D} \qquad \text{(II.4.64)}$$

Con lo cual identificamos la matriz de transformación para los renglones de la matriz de demanda final de dimensiones pxf:

$$(D_{pxa})^{-1} \qquad \text{(II.4.65)}$$

Es decir, la *matriz de demanda final actividad-por-categoría de demanda final basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas* para una economía cerrada de dimensiones axf sería:

$$F_{FIS,axf,bp,D} = (D_{pxa})^{-1}\ F_{pxf,D} = [\mathrm{diag}(q_{a,bp})]\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ F_{pxf,D} \qquad \text{(II.4.66)}$$

Asimismo, el *vector de valor demanda final por actividad productiva basado en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas* para el segmento de los productos de origen nacional sería:

$$\boxed{f_{FIS,a,bp,D}\ \ u = (D_{pxa})^{-1}\ F_{pxf,D}\ \ u} \qquad \text{(II.4.67)}$$

II.4.4.3 Matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en la tecnología de las actividades productivas.

En II.3.2 se sustituye $Q_{pxa,bp}{}'$ por II.3.18 y obtenemos:

$$q_{a,bp} = D_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,d})\ u = D_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})\ u \qquad \text{(II.4.68)}$$

Luego esta ecuación se sustituye por $q_{a,bp}$ en *la* *ecuación analítica asimétrica producto-actividad productiva* *fundamental* para obtener la *ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto la tecnología de la actividad económica* y derivada matemáticamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$\boxed{q_{p,bp,uD} = B_{pxa,D}\ D_{axp}\ q_{p,bp,uD} + F_{pxf,D}\ u} \qquad \text{(II.4.69)}$$

Esta ecuación es también un sistema de ecuaciones lineales en el que el vector del valor de la utilización total de productos nacionales con márgenes de comercio y transporte incluidos es función lineal de si mismo $q_{p,bp,uD} = f(q_{p,bp,uD})$.

Así, la *matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en la tecnología de las actividades productivas es igual a*:

$$\boxed{A_{A,pxp,bp,D} = B_{pxa,D}\ D_{axp} = U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}{}'\ [\mathrm{diag}(q_{p,bp,d})^{-1}]}$$

(II.4.70)

La *ecuación analítica insumo-producto* *simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto la tecnología de la actividad económica* *se puede resolver aún en el caso de que el cuadro de oferta no sea cuadrado*. La solución del sistema es:

$$q_{p,bp,uD} = (I - B_{pxa,D}\, D_{axp})^{-1} q_{p,bp,uD}\, F_{pxf,D}\ \ u \qquad \text{(II.4.71)}$$

Obtenemos los resultados necesarios para estimar la *matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de las actividades productivas* para el segmento de los productos de origen nacional:

$$U_{A,pxp,bp,D} = B_{pxa,D}\, D_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$U_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}{}'\ [\mathrm{diag}(q_{p,bp,d})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) \qquad \text{(II.4.72)}$$

Por ello la ecuación analítica es simétrica; porque la matriz de uso intermedio total es simétrica ya que en las filas se utilizan las mismas unidades que en las columnas (productos en los renglones y productos en las columnas).

La matriz de valor agregado por productos basada en la tecnología de la actividad económica ($V_{A,vxp}$)

Derivado de la *ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto la tecnología de la actividad económica* y la estimación de la *matriz simétrica de coeficientes técnicos producto-por-producto con tecnología de la actividad productiva* obtenemos:

$$q_{p,bp,uD} = A_{A,pxp,bp,D}\ q_{p,bp,uD} + F_{pxf,D}\ \ u = U_{A,pxp,bp,D}\ u + F_{pxf,D}\ \ u \qquad \text{(II.4.73)}$$

Así, se deduce que la suma de los renglones de la *matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la actividad económica* es igual a la postmultiplicación de la *matriz simétrica de* *coeficientes técnicos producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional con tecnología de la actividad económica* por el *vector de utilización total de productos nacionales a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados:*

$$A_{A,pxp,bp,D}\ q_{p,bp,uD} = U_{A,pxp,bp,D}\ u \tag{II.4.74}$$

Considerando que:

$$u = \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\ q_{p,bp,uD} \tag{II.4.75}$$

Entonces:

$$A_{A,pxp,bp,D}\ q_{p,bp,uD} = U_{A,pxp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\ q_{p,bp,uD} \tag{II.4.76}$$

Es decir:

$$B_{pxa,D}\ D_{pxa}\ \ q_{p,bp,uD} = U_{A,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1}\ q_{p,bp,uD} \tag{II.4.77}$$

Por lo que:

$$B_{pxa,D}\ D_{pxa}\ \ q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}{}' = U_{A,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp})^{-1}\ q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}{}' \tag{II.4.78}$$

Y:

$$B_{pxa,D}\ D_{pxa}\ \ (q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}{}')\ (q_{p,bp,uD}\ q_{p,bp,uD}{}')^{-1} = U_{A,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1} \tag{II.4.79}$$

Entonces:

$$\mathbf{B}_{pxa,D}\ \mathbf{D}_{pxa} = \mathbf{U}_{A,pxp,bp,D}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})^{-1} \qquad \text{(II.4.80)}$$

Así que:

$$\mathbf{U}_{A,pxp,bp,D} = \mathbf{B}_{pxa,D}\ \mathbf{D}_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$\mathbf{U}_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{Q}_{pxa,bp}{'}\ [\mathrm{diag}(q_{p,bp,d})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$\mathbf{U}_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{Q}_{pxa,bp}{'} \qquad \text{(II.4.81)}$$

Es decir:

$$\mathbf{U}_{A,pxp,bp,D} = \mathbf{U}_{pxa,bp,D}\ [\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{D}_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) \qquad \text{(II.4.82)}$$

Con lo cual obtenemos la matriz de transformación para las columnas de la matriz de valor agregado de dimensiones vxa:

$$\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}\ \mathbf{D}_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) \qquad \text{(II.4.83)}$$

Es decir, la *matriz de valor agregado con tecnología de la actividad económica* para el segmento de los productos de origen nacional de dimensiones vxp sería:

$$\mathbf{V}_{A,vxp} = \mathbf{V}_{vxa}[(\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{D}_{axp}\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$\mathbf{V}_{vxa}[(\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{Q}_{pxa,bp}{'}\ [\mathrm{diag}(q_{p,bp,d})^{-1}]\ \mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$\mathbf{V}_{vxa}[(\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\ \mathbf{Q}_{pxa,bp}{'} \qquad \text{(II.4.84)}$$

Asimismo, el *vector de valor agregado por producto basado en el supuesto de la actividad productiva* sería:

$$\boxed{v_{A,p,bp}{}' = u' \, V_{A,vxp} = u' \, V_{vxa} \left[diag(q_{a,bp})^{-1} \right] D_{axp} \; diag(q_{p,bp,uD})} \qquad \text{(II.4.85)}$$

II.4.4.4 Matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado) fija para una economía abierta.

Sustituyendo II.3.18 en II.3.2 obtenemos

$$q_{a,bp} = D_{axp} \; q_{p,bp,d} = D_{axp} \; q_{p,bp,uD} \qquad \text{(II.4.86)}$$

Es decir:

$$q_{p,bp,uD} = (D_{axp})^{-1} \; q_{a,bp} \qquad \text{(II.4.87)}$$

Que al sustituirla en la *ecuación analítica asimétrica producto-actividad para el segmento de los productos de origen nacional fundamental del* análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$(D_{axp})^{-1} \; q_{a,bp} = U_{pxa,bp,D} \; u + F_{pxf,D} \; u = B_{pxa,D} \; q_{a,bp} + F_{pxf,D} \; u \qquad \text{(II.4.88)}$$

Asì obtenemos la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad para el segmento de los productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto de* *estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado)* derivada matemáticamente de los Cuadros de Oferta y Utilización:

$$\boxed{q_{a,bp} = D_{axp}\ B_{pxa,D}\ q_{a,bp} + D_{axp}\ F_{pxf,D}\ u} \qquad \text{(II.4.89)}$$

Esta ecuación en realidad es un sistema de ecuaciones lineales en el que el vector de producción de las actividades productivas es función lineal de si mismo $q_{a,bp} = f(q_{a,bp})$.

Así, la *matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado) fija* es:

$$\boxed{A_{FPS,axa,bp,D} = D_{axp}\ \ B_{pxa,D} = Q_{pxa,bp}{}'\ \ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]\ U_{pxa,bp,D}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]}$$

(II.4.90)

Así que la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad para el segmento de productos de origen nacional fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado)* se puede resolver aunque el cuadro de oferta no sea cuadrado. La solución del sistema es:

$$\boxed{q_{a,bp} = (I - D_{axp}\ B_{pxa,D})^{-1}\ D_{axp}\ F_{pxf,D}\ u} \qquad \text{(II.4.91)}$$

Obtenemos los resultados necesarios para estimar la *matriz de consumo intermedio simétrica actividad-por-actividad para el segmento de productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado)* para el segmento de los productos de origen nacional:

$$U_{FPS,axa,bp,D} = D_{axp}\ B_{pxa,D}\ diag(q_{a,bp}) =$$

$$Q_{pxa,bp}{}'\ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]\ U_{pxa,bp,D}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]\ diag(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.4.92)}$$

Por ello la ecuación analítica es simétrica; porque la matriz de uso intermedio total es simétrica ya que en las filas se utilizan las mismas unidades que en las columnas (actividades productivas en los renglones y actividades productivas en las columnas).

La matriz de demanda final por actividades basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija ($F_{FPS,a,bp,D}$).

Observamos que se ha transformado la demanda final de productos a actividades de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$D_{axp}\ F_{pxf,D}\ u \qquad \text{(II.4.93)}$$

Con lo cual obtenemos la matriz de transformación para las columnas de la matriz de valor agregado de dimensiones vxa:

$$D_{axp} \qquad \text{(II.4.94)}$$

Es decir, la *matriz de valor agregado actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija* para el segmento de los productos de origen nacional de dimensiones vxp sería:

$$F_{FPS,axf,bp,D} = D_{axp}\ F_{pxf,D} = Q_{pxa,bp}{}'\ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]\ F_{pxf,D} \qquad \text{(II.4.95)}$$

Asimismo, el *vector de valor demanda final por actividad productiva basado en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas* para el segmento de los productos de origen nacional sería:

$$\boxed{f_{FPS,a,bp,D} \ u = D_{axp} \ F_{pxf,D} \ u} \qquad \text{(II.4.96)}$$

II.4.5 Los métodos matemáticos para el segmento de los productos de origen importado.

II.4.5.1 Matriz Simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen importado basada en el supuesto de la tecnología del producto ($A_{P,pp,cif,M}$).

Sustituyendo II.3.16 en II.3.8 obtenemos:

La *ecuación analítica asimétrica producto-actividad fundamental* del segmento de productos importados del análisis insumo-producto derivada directamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$\boxed{q_{p,cif,uM} = B_{pxa,M} \ q_{a,bp} + F_{pxf,M} \ u} \qquad \text{(II.4.97)}$$

El vector de importación de productos es función lineal de la producción de las actividades $q_{p,cif,uM} = f(q_{a,bp})$. Pero esta ecuación no se puede resolver porque en general $q_{p,cif,uM} \neq q_{a,bp}$ aún en el caso de que el número de productos sea igual al número de actividades productivas. Esta ecuación analítica es asimétrica porque en este caso involucra una matriz de coeficientes de utilización por unidad producida por actividad productiva ($B_{pxa,M}$) asimétrica porque en las filas se utilizan distintas unidades que en las columnas (productos en los renglones y actividades en las columnas). También porque la matriz de uso intermedio de productos importados, definida en el capítulo anterior (ecuación II.3.16) y que es igual a:

$$U_{pxa,cif,M} = B_{pxa,M} \ \mathrm{diag}(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.4.98)}$$

También es asimétrica por las mismas razones.

Despejamos $q_{a,bp}$ de II.3.17 y obtenemos dos relaciones entre $q_{a,bp}$ y $q_{p,bp,uD}$:

$$q_{a,bp} = f(q_{p,bp,uD}) \qquad \text{(II.4.99)}$$

$$q_{a,bp} = (D_{pxa})^{-1} \ q_{p,bp,uD} \qquad \text{(II.4.100)}$$

También:

$$q_{p,bp,uD} = f(q_{a,bp}) \qquad \text{(II.4.101)}$$

$$q_{p,bp,uD} = D_{pxa} \ q_{a,bp} \qquad \text{(II.4.102)}$$

Y sustituimos II.4.100 en la *ecuación analítica asimétrica producto-actividad del segmento de productos importados* para obtener la *ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto fundamental* de los productos importados *basada en el supuesto del producto* derivada matemáticamente de los cuadros de oferta y utilización:

$$q_{p,cif,uM} = B_{pxa,M}\,(D_{pxa})^{-1}\,q_{p,bp,uD} + F_{pxf,M}\,u \qquad \text{(II.4.103)}$$

Con esta ecuación se obtiene $q_{p,cif,uM}$ una vez conocido $q_{p,bp,uD}$

Así, obtenemos la ***matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto fundamental*** de los productos importados *basada en el supuesto del producto* y derivada matemáticamente de los Cuadros de Oferta y Utilización:

$$\boxed{A_{P,pxp,cif,M} = B_{pxa,M}\,(D_{pxa})^{-1} = U_{pxa,bp,M}\,[\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\,[\mathrm{diag}(q_{a,bp})]\,Q_{pxa,bp}^{-1}} \qquad \text{(II.4.104)}$$

Requiere $Q_{pxa,pb}$ cuadrada y:

$$U_{P,pp,cif,M} = B_{pxa,M}\,(D_{pxa})^{-1}\,\mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) = Q_{pxa,bp}\,[\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]$$
$$U_{pxa,bp,M}\,[\mathrm{diag}(q_{a,bp})^{-1}]\,[\mathrm{diag}(q_{a,bp})]\,Q_{pxa,bp}^{-1}\,\mathrm{diag}(q_{p,bp,uD}) =$$
$$U_{pxa,cif,M}\,Q_{pxa,bp}^{-1}\,\mathrm{diag}(q_{p,bp,uD})$$

II.4.5.2 Matriz Simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen importado basada en el supuesto de la tecnología de la actividad productiva.

Sustituyendo II.3.16 en II.3.30:

$$q_{p,cif,uM} = B_{pxa,M}\,q_{a,bp} + F_{pxf,M}\,u \qquad \text{(II.4.105)}$$

En II.3.2 se sustituye II.3.18 y tenemos:

$$q_{a,bp} = D_{axp}\ q_{p,bp,uD} \qquad \text{(II.4.106)}$$

Con ello obtenemos una relación entre $q_{a,bp}$ y $q_{p,bp,uD}$ Cuyo resultado se sustituye por $q_{a,bp}$ en la *ecuación analítica asimétrica producto-actividad* II.4.97 para obtener la *ecuación analítica insumo-producto simétrica producto-por-producto fundamental* de los productos importados *basada en el supuesto de las actividades productivas* derivada matemáticamente de los Cuadros de Oferta y Utilización:

$$q_{p,cif,uM} = B_{pxa,M}\ D_{axp}\ q_{p,bp,uD} + F_{pxf,M}\ u \qquad \text{(II.4.107)}$$

Finalmente, obtenemos la matriz simétrica de coeficientes técnicos producto-por-producto de origen importado con tecnología de las actividades productivas:

$$\boxed{A_{A,pxp,cif,M} = B_{pxa,M}\ D_{axp} = U_{pxa,bp,M}\ \ [diag(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}{}'\ \ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]} \qquad \text{(II.4.108)}$$

No requiere que la matriz de producción $Q_{pxa,pb}$ sea cuadrada y:

$$U_{A,pp,cif,M} = B_{pxa,M}\ D_{axp}\ diag(q_{p,bp,uD}) =$$
$$U_{pxa,bp,M}\ \ [diag(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}{}'\ \ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]\ diag(q_{p,bp,uD}) =$$
$$U_{pxa,bp,M}\ \ [diag(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}{}'$$

II.4.5.3 Matriz Simétrica actividad-por-actividad para el segmento de los productos de origen importado basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (cuotas de mercado) fija para una economía abierta.

La derivación de la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (cuotas de mercado)* derivada matemáticamente de los cuadros de oferta y utilización para el segmento de los productos de origen nacional, descansa fundamentalmente en la definición de la matriz de cuotas de mercado nacional, mediante la cual se obtiene una ecuación que relaciona el vector de producción de las actividades productivas y el vector de producción de los productos y, por añadidura, relaciona el vector de producción de los productos con el vector de producción de las actividades productivas; las ecuaciones II.4.86 y II.4.87.

Para el caso de las importaciones no es posible utilizar estas relaciones y por lo tanto no es posible derivar matemáticamente la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (cuotas de mercado)* de los cuadros de oferta y utilización para el segmento de los productos importados.

II.4.5.4 Matriz Simétrica actividad-por-actividad para el segmento de los productos importados basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija para una economía abierta.

La derivación de la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad fundamental basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija* derivada matemáticamente de los Cuadros de Oferta y Utilización para el segmento de los productos de origen nacional, descansa fundamentalmente en la definición de la matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto, mediante la cual se obtiene una ecuación que relaciona el vector de producción de las actividades productivas y el vector de producción de los productos y, por añadidura, relaciona el vector de producción de los productos con el vector de producción de las actividades productivas; las ecuaciones **II**.4.100 y **II**.4.102.

Para el caso de las importaciones no existen estas relaciones y por lo tanto no es posible derivar matemáticamente la *ecuación analítica insumo-producto simétrica actividad-por-actividad fundamental basada en el supuesto de de estructura de ventas de las actividades productivas fija* de los cuadros de oferta y utilización para el segmento de los productos importados.

PARTE III. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Capítulo III.1 Conclusiones y Recomendaciones

III.1.1 Conclusiones

El enfoque teórico utilizado en los capítulos I.1 y I.2, en especial el relacionado con las matrices de insumo-producto en unidades físicas:

> "...puede compilarse directamente, usando información técnica sin tener que crear primero un cuadro de insumo-producto en valores monetarios. Para hacerlo, hay que obtener información detallada sobre todos los procesos de producción que intervienen en una economía. Si un producto es producido mediante más de un proceso, se crearía una estructura media de insumo de dichos procesos de producción ponderando las columnas de insumo con los valores de producto. Como los pesos se modifican, esta estructura tendría que actualizarse con frecuencia. Si se tiene información adicional sobre el producto bruto, el valor agregado y la demanda final, es posible recrear un cuadro de flujos usando la matriz de coeficientes de insumo-producto y los precios de los productos, verificando de este modo la exactitud y la compatibilidad de la información técnica con los datos sobre el valor agregado y la demanda final cuando se equilibra por último el cuadro. La construcción de los cuadros de insumo-producto en términos físicos no es sencilla, porque las empresas quizá no estén dispuestas a revelar ciertos detalles técnicos de sus procesos de producción. Tal vez los datos técnicos tengan que obtenerse por medio de encuestas especiales, independientes de los censos, algo que puede resultar muy costoso. Por esta razón, la compilación de los cuadros de insumo-producto ha dependido principalmente de los datos proporcionados por los censos de los establecimientos y encuestas especiales. Esta información podría complementarse con datos de tipo técnico, pero rara vez se hace..." (Naciones Unidas. 2000; 4.2).

Debido a estas dificultades y las prácticas actuales, sobre todo por razones de costos que a menudo son las que determinan las decisiones prácticas, en esta disertación se han considerado los cuadros de insumo-producto en unidades físicas fundamentalmente para conceptualizar el modelo teórico que subyace y justifica el esfuerzo en el cálculo de la matriz simétrica a partir de los cuadros de oferta y utilización que contienen productos secundarios y para tener elementos que fundamenten la selección entre los distintos métodos para estimar la matriz simétrica como elemento de análisis basado en el modelo teórico.

Para la selección entre los distintos métodos en función de las particularidades del modelo teórico es importante enfatizar la importancia de la homogeneidad en las funciones de producción entre los componentes de las distintas columnas de la matriz simétrica y en consecuencia entre sus estructuras de costos. Es una *condicio sine que non* para lograr una mayor precisión en el análisis de insumo-producto. Por ello las normas internacionales definen la situación ideal:

> Lo ideal, sin embargo, es contar con datos que describan la estructura de insumos de cada tipo de actividad que produce un único producto en la economía. En esta situación ideal, el cuadro de insumo-producto es casi simétrico y está garantizada la homogeneidad de la función de producción del cuadro, con excepción de los casos de subproductos o productos conexos que tienen una vinculación tecnológica en una actividad de producción. Si no se garantiza la homogeneidad, habrá distorsión en el análisis, sobre todo cuando los efectos totales se calculan usando la inversa de Leontief (Naciones Unidas. 2000; 4.3).

Se plantean tres conclusiones que para los efectos de esta tesis son centrales.

En primer lugar y después de haber definido los tres métodos estadísticos para separar productos e insumos de subproductos y productos conexos: a) El método de la transferencia negativa; b) El método de agregación o transferencia positiva y; c) El método de transferencia de productos e insumos o método de la redefinición, la conclusión principal es que debe recurrirse al máximo al método de la redefinición antes de aplicar los métodos matemáticos.

Este trabajo puede realizarse con facilidad si las unidades productivas que proporcionan la información están preparadas para suministrarla en forma *ad hoc* para estos propósitos. Es el deseo de los compiladores y la esperanza de las normas internacionales citadas, como se establece en la siguiente cita:

> La separación de las empresas en unidades de producción homogénea es una tarea importante para la reunión de datos de producción y, en consecuencia, para la compilación del cuadro simétrico de insumo-producto. La mejor forma de obtener los insumos y productos de las unidades de producción homogénea de una empresa es que los encargados de reunir los datos pidan que se lo haga y den instrucciones precisas, para que no se tenga que recurrir a métodos mecánicos para separarlos en una etapa posterior. (Naciones Unidas. 2000; 4.13).

Sin embargo:

A diferencia de la situación ideal, los cuadros de oferta y utilización del NACIONES UNIDAS. (2000) como marco integrado para las estadísticas de producción se han diseñado para que sirvan como la mejor herramienta estadística para la compilación de los agregados de las cuentas nacionales y para que proporcionen información para la compilación del cuadro simétrico de insumo-producto (Naciones Unidas. 2000; 4.3).

Por ello debe utilizarse al máximo al método de la redefinición antes de aplicar los métodos matemáticos. También se establece sin ambigüedades en el manual de insumo-producto de la Organización de Naciones Unidas:

Puesto que los datos se reúnen tomando el establecimiento como base y constan de productos secundarios que no son subproductos o productos conexos resultantes de los procesos de producción, sigue siendo conveniente reunir los datos de los insumos independientemente para los productos secundarios de la misma clase y usar esta información para estimar los insumos asociados con los productos secundarios y sacarlos por transferencia (Naciones Unidas. 2000; 4.13).

En segundo lugar, fundamentalmente se han analizado a profundidad los cuatro métodos matemáticos que se utilizan como *última instancia* para la estimación del cuadro simétrico de insumo-producto y se ha ampliado su cobertura al sector externo. En resumen:

Matrices simétricas de coeficientes técnicos calculadas con diferentes metodologías				
	De origen nacional		De origen importado	
Matriz producto-por-producto basada en el supuesto del producto	$A_{P,pp,bp,D}$	$B_{pxa,D}\,(D_{pxa})^{-1}$	$A_{P,pp,cif,M}$	$B_{pxa,M}(D_{pxa})^{-1}$
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija	$A_{FIS,aa,bp,D}$	$(D_{pxa})^{-1}\,B_{pxa,D}$		
Matriz producto-por-producto basada en la tecnología de las actividades productivas	$A_{A,pxp,bp,D}$	$B_{pxa\,,D}\;D_{axp}$	$A_{A,pp,cif,M}$	$B_{pxa,M}\;D_{axp}$
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos fija (Cuotas de Mercado fijas)	$A_{FPS,aa,bp,D}$	$D_{axp}\;B_{pxa,D}$		

La segunda conclusión es que esta demostración implica que las ecuaciones propuestas en el manual de la organización de Naciones Unidas: Naciones Unidas (2000) son adecuadas para calcular las matrices simétricas producto-por-producto para los insumos totales utilizados en el proceso de producción. Ello en virtud de que en del capítulo II.3 se define que:

$$\mathbf{B}_{pxa,T} = \mathbf{B}_{pxa,M} + \mathbf{B}_{pxa,D.}$$

Así que:

Matrices simétricas de coeficientes técnicos totales calculadas con diferentes metodologías		
Matriz producto-por-producto basada en el supuesto de la tecnología del producto	$\mathbf{A}_{P,pp,bp,T}$	$\mathbf{B}_{pxa,T}\,(\mathbf{D}_{pxa})^{-1}$
Matriz producto-por-producto basada en la tecnología de las actividades productivas	$\mathbf{A}_{A,pxp,bp,T}$	$\mathbf{B}_{pxa\,,T}\;\mathbf{D}_{axp}$

Sin embargo, tal demostración no implica que en el citado documento se haya demostrado matemáticamente ni indicado intuitiva o mandatoriamente, lo cual ha causado y sigue causando gran confusión en la mayoría de los compiladores en una variedad de países. Además, si se siguen las instrucciones del manual "a pie juntillas", se presenta un gran vacío en las posibilidades de análisis insumo-producto, ya que el citado manual sólo se refiere a un cálculo en el que no se estima la matriz simétrica de importaciones, sólo se habla del vector de importaciones c.i.f. del cuadro de oferta y el ajuste c.i.f./f.o.b., lo cual representa una limitación central para el análisis insumo-producto de los flujos de comercio internacional *in crescendo* que caracterizan la globalización. Con las ecuaciones derivadas en esta disertación es posible estimar tales matrices y apoyar los proyectos condicionados a la existencia de comparabilidad internacional, como el que actualmente desarrolla la OCDE. Véase Norihiko Yamano and Nadim Ahmad (2006).

Estaa segunda conclusión se aplica para calcular las matrices simétricas de flujos calculadas con diferentes metodologías y las matrices de coeficientes de valor agregado a y demanda final sociadas a éstas.

Matrices simétricas de coeficientes valor agregado y demanda final calculadas con diferentes metodologías				
	Valor Agregado		Demanda Final	
Matriz producto-por-producto basada en el supuesto del producto	$V_{P,vxp}$	$V_{vxa}\ (Q_{pxa,bp})^{-1}\ diag(q_{p,bp})$	La misma del cuadro de utilización	
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija	La misma del cuadro de utilización		$F_{FIS,axf,bp,D}\ u$	$(D_{pxa})^{-1}\ F_{pxf,D}\ u$
Matriz producto-por-producto basada en la tecnología de las actividades productivas	$V_{A,vxp}$	$V_{vxa}[(diag(q_{a,bp})^{-1}]D_{axp}\ diag(q_{p,bp,uD})$	La misma del cuadro de utilización	
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos fija (Cuotas de Mercado fijas)	La misma del cuadro de utilización		$F_{FPS,axf,bp,D}$	$D_{axp}\ F_{pxf,D}$

Matrices simétricas de flujos calculadas con diferentes metodologías				
	Matriz de flujos de origen nacional		Matriz de flujos de origen importado	
Matriz producto-por-producto basada en el supuesto del producto	$U_{P,pxp,bp,D}$	$B_{pxa,D}\ (D_{pxa})^{-1}\ diag(q_{p,bp,uD})=$ $U_{pxa,bp,D}\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ diag(q_{p,bp,uD})$	$U_{P,pp,cif,M}$	$B_{pxa,M}(D_{pxa})^{-1}\ diag(q_{p,bp,uD})=$ $U_{pxa,cif,M}\ Q_{pxa,bp}^{-1}diag(q_{p,bp,uD})$
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija	$U_{FIS,aa,bp,D}$	$(D_{pxa})^{-1}\ B_{pxa,D}\ diag(q_{a,bp})=$ $[diag(q_{a,bp})]\ Q_{pxa,bp}^{-1}\ U_{pxa,bp,D}$	No aplica	
Matriz producto-por-producto basada en la tecnología de las actividades productivas	$U_{A,pxp,bp,D}$	$B_{pxa,D}\ D_{axp}\ diag(q_{p,bp,uD})=$ $U_{pxa,bp,D}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]\ Q_{pxa,bp}'$	$U_{A,pp,cif,M}$	$B_{pxa,M}\ D_{axp}\ diag(q_{p,bp,uD})=$ $U_{pxa,bp,M}\ [diag(q_{a,bp})^{-1}]Q_{pxa,bp}'$
Matriz actividad-por-actividad basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos fija (Cuotas de Mercado fijas)	$U_{FPS,aa,bp,D}$	$D_{axp}\ \ B_{pxa,D}\ diag(q_{a,bp})=$ $Q_{pxa,bp}'\ [diag(q_{p,bp,d})^{-1}]\ U_{pxa,bp,D}$	No aplica	

La tercera conclusión es que la matriz simétrica de insumo-producto producto-por-producto es la adecuada para el análisis, como puede apreciarse por su mayor cercanía al modelo teórico descrito a detalle en esta disertación. Hemos analizado dos métodos que combinan matemáticamente las matrices de utilización y oferta para generar la matriz simétrica de insumo-producto producto-por-producto. Estos métodos se basan en el supuesto de la tecnología industrial o en el supuesto de la tecnología de producción, siendo este último el más adecuado porque resulta más aceptable desde el punto de vista de la ciencia económica y porque a partir del modelo teórico es relativamente simple constatar que satisface los criterios basados en Pieter K. Jansen y Ten Raa Thijs (1990) y Ten Raa Thijs, D. Chakraborty y J. A. Small. (1984). Los siguientes:

- Balance material: La producción total es igual al consumo intermedio total más la demanda final;

- Balance financiero: La ecuación de precios es válida para cada industria cuando se aplica a los ingresos y los costos de los productores;

- Invarianza de escala: La matriz simétrica de coeficientes derivada también es invariante ante un factor de escala, es decir, si los insumos y la producción de una industria en las matrices originales de utilización y producción se incrementan de acuerdo a la misma proporción, es posible derivar la misma matriz de coeficientes;

- Invarianza de precios: Si se aplica un nuevo precio base a los datos, se obtiene la misma matriz simétrica de coeficientes de insumo-producto A.

Al respecto conviene recordar un viejo pero vigente punto de vista fundamental para la medición de los fenómenos económicos:

" In recent years...two different approaches to economic problems, the factual and the theoretical, have been brought much close together. In attemting to give quantitative expression to empirical constructs, such as the national income, it is now generally recognized that a theoretical basis is necessary and that *this basis should be the conscious concern of economists and not left in its practical aspect exclusively to bussines men, accountants and the Commissioners of Inland Revenue*. Equally is it clear that economic theory cannot usefully be left at the theoretical stage but requires to be tested and given quantitative expression by being brought into relation with observations. These lines of attack have resulted in very considerable efforts to bring into being both observations which are relevant to economic theories, and also theories, or formulation of theories, which are capable of being brought into relation with observations" Stone Richard (1951). Las cursivas son del autor de esta tesis.

Sin embargo, el debate continúa y la propia OCDE mantiene una posición a favor de las matrices simétricas actividad productiva-por-actividad productiva, como se puede observar en el siguiente párrafo:

> ... in practice, the conversion to industry-by-industry tables best preserves the inter-industrial economic relationships that users are interested in. Most importantly it means that value-added and its components by industry are exactly the same as shown in supply-use tables (and so remain consistent with real data returns). This is not the case of course for commodity-by-commodity tables where, whatever the conversion methods used, value-added and its components are affected. Norihiko Yamano and Nadim Ahmad (2006).

III.1.2 Recomendaciones

El método de la redefinición y las transformaciones matemáticas

Como en el tópico de insumo-producto hay problemas de agregación de los productos en unidades homogéneas de producción y simultáneamente los métodos matemáticos no conducen a las buscadas unidades de producción homogéneas, el procedimiento más adecuado es, en lo posible, definir en forma operativa un establecimiento más puro, vinculando cada producto producido a la actividad productiva que se está transformando en unidad homogénea de producción.

En el caso de México es necesario diseñar censos económicos en los que se solicite a los contadores de las empresas que usen métodos analíticos apoyados por los técnicos encargados de los procesos de producción y asignar en los cuestionarios costos a cada producto producido por un establecimiento. En los establecimientos grandes, esto es cada vez más probable porque la contabilidad de costos es una práctica mas generalizada que en los establecimientos medianos y pequeños.

> Si se hace esto, se eliminará de los cuadros de oferta y utilización la mayoría de los productos secundarios. Como último recurso se usarán los métodos matemáticos que son básicamente mecánicos (Naciones Unidas. 2000; 4.4).

Pero ello no se observa en la práctica de la mayoría de los países, ni es el caso de México. Por ello reitero que debe utilizarse al máximo al método de la redefinición antes de aplicar los métodos matemáticos. Los expertos de cada actividad productiva conocen la realidad tecnológica en que desarrollan su actividad profesional y en consecuencia pueden determinar directamente cuáles son los insumos que se asignarán a los productos secundarios. Se trata de un método similar al matemático que se basa en el supuesto de la tecnología de producto, pero en este caso un grupo de expertos de cada actividad productiva intervienen directamente en la decisión de cuáles son los insumos independientes que se asignarán a los productos secundarios.

De todas maneras se tendrá la presencia de productos secundarios que habrán de ser tratados matemáticamente utilizando el supuesto de la tecnología de producción para aproximarse a las unidades homogéneas de producción. Para ello, sin embargo, es necesario resolver el problema de los números negativos; al respecto, conviene recordar que (Naciones Unidas. 2000; 4.69) los coeficientes técnicos derivados con este método pueden ser negativos en los siguientes casos:

- La producción del producto secundario en la matriz de producción está clasificado erróneamente;
- El producto secundario no es exactamente el mismo que el producto producido como primario en otras partes; es decir necesita menos insumos de lo que se supone;
- Hay errores en los datos de la estadística básica.

Implicaciones de la distinción entre matrices de utilización importadas y de origen nacional

Como se demostró en el desarrollo de esta disertación, las matrices simétricas de coeficientes técnicos actividad-por-actividad calculadas con las metodologías del supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija y en el supuesto de estructura de ventas de los productos fija (cuotas de mercado fijas), no es posible estimarlas por métodos matemáticos cuando son de origen importado. Esta demostración es crucial en virtud de la práctica generalizada en muchos países del mundo desarrollado, de realizar estos cálculos basándose en el supuesto de cuotas de mercado fijas. El siguiente párrafo es una muestra clara de este error craso que se viene cometiendo:

> So far it has implicitly been assumed that domestic output and imports of products belonging to the same product group have been lumped together in the SUT (and in the SIOT). However, analytical users are often interested in a distinction between effects on the domestic economy and on imports. In order to facilitate this, the elements in the SIOT must be broken down according to

domestic and import origin. This breakdown should take place at the most detailed product level possible, and therefore preferable in the rectangular SUT. No matter what type of data is available or which method is used, this split obviously means that market shares (and in practice market share assumptions) will be build into the core part of the input-output analytical framework. When the split between supply from domestic industries and imports is made on the assumption of constant import ratios along the row (except for exports where actual information is usually available) this market share assumption is identical to the one used in the construction of the industry-by-industry SIOT on the assumption of fixed product sales structures. It can be demonstrated that the resulting "domestic" and "import" matrices are very sensitive to the level of product aggregation at which the split takes place. (This can be seen as an analogy to aggregation error suffered when compiling the SIOT from the square rather than the rectangular SUT). Thus the import matrices resulting from a split at a detailed SUT level will better reflect reality than those obtained if the split were carried out at the level of the square SUT or directly in the SIOT. The split between domestic output and imports must usually be based on the market share assumption, and will probably affect the final outcome for the domestic SIOT more than the choice of a "technology" assumption. Whereas the application of a product technology assumption to transform the "domestic" SUT into a SIOT would seem to lack logic it is quite straightforward to use the assumption of the fixed product sales structure to obtain the domestic industry-by-industry SIOT . The same procedure can be used to transform the (rectangular) import supply matrix into an industry-by-industry format. Thage, Bent. (2005). El subrayado es mío.

Por el contrario, con las demostraciones desarrolladas en esta disertación, de lo inapropiado del uso de métodos matemáticos para el cálculo de las importaciones en estos casos, lo conducente es un trabajo de planeación de la estructura de los cuadros de oferta y utilización y la matriz simétrica de tal manera que el procesamiento de las importaciones para la matriz simétrica actividad-por-actividad sea por agregación, lo cual implica una relación sin confusiones entre el clasificador de productos y el clasificador de actividades. También se puede lograr por medio de sistemas informáticos que tengan contemplado este problema y su solución al pasar del cuadro de utilización a la matriz simétrica de importaciones en el caso de todos los productos y fracciones arancelarias, aunque en este caso se causaría cierto grado de confusión al usuario de la información que no podría realizar el cálculo por agregación del codificador de productos.

Este asunto en realidad es un asunto pendiente dentro de la Comisión de Estadística de la Organización de Naciones Unidas en virtud de que no existe una correspondencia uno a uno entre el nivel mas agregado de la International Standard Industrial Classification of all Economic Activities; Naciones Unidas (1990) y el nivel mas desagregado de la Central Product Classification; Naciones Unidas (2002). Ello ha obligado a varios países (por ejemplo Canadá, EE.UU., Japón, UE, entre otros), a construir su propio clasificador de productos a costa de una pérdida importante en la comparabilidad internacional, problema grave ante una economía globalizada y en proceso de profundización de la interdependencia entre países y por lo tanto, ante la necesidad urgente de trabajos estructurales que ayuden a comprender las nuevas pautas y tendencias del comercio internacional.

BIBLIOGRAFÍA

Eurostat. (1980). European System of Integrated Economic Accounts (ESA 70). 2nd ed., Luxemburg: Office of the Official Publications of the European Communities. (ISBN: 92-825-1120-0).

Eurostat. (1996). The 1995 European System of Integrated Economic Accounts (ESA 95), Chapter 9, Luxembourg, Office of the Official Publications of the European Communities. (ISBN: 92-825-1119-7).

Eurostat. (2002). The Eurostat Input-Output Manual Compilation and Analysis (ESA 95), Chapter 11, Luxembourg, Statistical Office of the European Communities.

Gantmacher, Felix R. (1959 y 1960). The theory of matrices, vols. I y II, Chelsea. New York.

Gantmacher, Felix R. (1959). Applications of the theory of matrices, Intersciences. New York.

Instituto de Estadística de Andalucía. (1995). Sistema de Cuentas Económicas de Andalucía. Marco Input-Output 1995. Consejería de Economía y Hacienda.

Konijn P.A. & Steenge, A. E. (1995). Compilation of input-output data from the national accounts. Economic System Research, no 1.

Kyn Oldrich. (1985). Notes on Input-Output Análisis, no publicado, Boston.

Naciones Unidas. (1970). Un Sistema de Cuentas Nacionales 1968. (Serie F No. 2, Revisión 3). Nueva York.

Naciones Unidas, Fondo Monetario Internacional, Organización Económica para el Crecimiento y Desarrollo y el Banco mundial. (1993). Sistema de Cuentas Nacionales 1993, traducido por CEPAL.

Naciones Unidas. (2000). Manual sobre la compilación y el análisis de los cuadros de Insumo-Producto. (Serie F No. 74). Nueva York.

Norihiko Y. & Ahmad, N. (2006). THE OECD INPUT-OUTPUT DATABASE: 2006 EDITION, OCDE, STI WORKING PAPER 2006/8 Statistical Analysis of Science, Technology and Industry, París.

Jansen, P. K. & Ten Raa, T. (1990). The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices. International Economic Review, Vol. 31, No. 1.

Rueda Cantuche, José Manuel. (2004). Análisis Input-Output Estocástico de la Economía Andaluza, disertación doctoral, Universidad Pablo de Olavide de Sevilla, Sevilla.

Statistics Norway. (2005). National Accounts Supply and Use Tables (SUT) in Current Prices. Department of Economic Statistics. (SNA-NT "SUT/STARTER").

Stone Richard (1951). The Role of Measurement in Economics, Cambridge.

Thage, Bent. (2005). Symmetric Input-Output Tables: Compilation Issues. Paper presented at the 15th International Conference on Input-Output Techniques. Beijing, China.

Ten Raa T., Chakraborty, D. &. Small, J. A. (1984). An Alternative Approach of Negatives in Input-Output Analysis. Review of Economics and Statistics. No. 66.

Ten Raa, Thijs. (2006). The Economics of Input-Output Analysis, Cambridge University Press, New York.

United Nations. (1990). International Standard Industrial Classification of all Economic Activities. Department of International Economic and Social Affairs. (Series M No. 4, Rev. 3). New York.

United Nations. (2002). Central Product Classification. (Versión 1.1). Department of Economic and Social Affaire Statistics Division. (ST/ESA/STAT/SER:M/77/Ver.1.1). New York.

Vu Quang Viet. (1994). Practices in input-Output Table Compilation. Regional Science and Urban Economics, Paises Bajos, Vol. 24, No. 1.

Apéndice1. Listado de Variables Utilizadas en el

Documento

Capítulo	Escalares (letras griegas)	
II.1	α	Valor de los servicios de transporte y de seguros prestados por productores residentes y no residentes.
II.1	θ	Valor total de impuestos menos subsidios sobre los productos.
II.1; II.2; II.3; II.4	$\mu_{a,pp,ci}$	Valor de la utilización total de productos para el consumo intermedio por actividad productiva
II.1	μ_{f}	Valor de la demanda final total.
II.1	μ_{fob}	Valor total de las importaciones f.o.b.
II.1; II.2; II.3	$\mu_{pp,ch}$	Valor de la utilización total de productos para el consumo de los hogares.
II.4	$\mu_{p,pp,ci}$	Valor de la utilización total de productos para el consumo intermedio por producto
II.1; II.2; II.3	$\mu_{pp,g}$	Valor de la utilización total de productos para gasto final del gobierno.
II.1; II.2; II.3	$\mu_{pp,i}$	Valor de la utilización total de productos para la formación de capital.
II.1; II.2; II.3	$\mu_{pp,t}$	Valor de la utilización total de productos.
II.1; II.2; II.3	$\mu_{pp,x}$	Valor de la utilización total de productos exportados.
II.1	π_{b}	Precio básico de productos de origen nacional no exportados.
II.1	π_{c}	Precio de comprador de productos de origen nacional no exportados.
II.1	π_{p}	Precio de productor de productos de origen nacional no exportados.
II.1	π_{θ}	Valor de los impuestos sobre los Productos de productos de origen nacional no exportados.
II.1	π_{σ}	Valor de los subsidios a los productos de productos de origen nacional no exportados.
II.1	π_{μ}	Valor de los márgenes de comercio y transporte de productos de origen nacional no exportados.
II.1	$\prod_{d}$	PIB (enfoque del gasto) .
II.1	$\prod_{i}$	PIB (enfoque de los ingresos).
II.1	$\prod_{p}$	PIB (enfoque de la producción).
II.1	σ	Valor de los servicios de seguro prestados por productores residentes y no residentes.

II.1	τ	Valor de los servicios de transporte prestados por productores residentes y no residentes.
II.1; II.2; II.3; II.4	ρ_{nr}	Valor total de las compras de los no residentes en el país.
II.1; II.2; II.3; II.4	ρ_{r}	Valor total de las compras de residentes en el extranjero.
II.1	$\omega_{bp,d}$	Valor de la oferta total de productos de origen nacional a precios básicos.
II.1	$\omega_{bp,t}$	Valor de la oferta total de productos a precios básicos.
I.2	ω_{ci}	Consumo intermedio total en unidades monetarias.
I.2	ω_{f}	Demanda final total en unidades monetarias. El producto interno bruto (PIB) total en una economía cerrada y sin impuestos ni subsidios.
II.1	$\omega_{pp,t}$	Valor de la oferta total de productos a precios de comprador.
I.2	ω_{q}	Valor bruto de producción total en unidades monetarias.
Capítulo	Vectores y matrices	
II.1	a_{p}	Vector del valor del ajuste c.i.f./f.o.b. por producto.
II.4	$A_{A,pp,bp,D}$	Matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en la tecnología de las actividades productivas.
II.4	$A_{FIS,aa,bp,D}$	Matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen naciona basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas.
II.4	$A_{FPS,aa,bp,D}$	Matriz de coeficientes técnicos simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura de ventas de los productos (Cuotas de Mercado) fija.
II.4	$A_{P,pp,bp.D}$	Matriz de coeficientes técnicos simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen naciona basada en el supuesto de la tecnología del producto.
I.1; I.2	$A_{pxp,uf}$	Matriz simétrica de coeficientes técnicos totales producto-por-producto en unidades físicas.
I.1; I.2	$A_{pxp,um}$	En el capítulo I.1 se define como matriz simétrica de coeficientes técnicos totales producto-por-producto en unidades monetarias. En el capítulo I.2 se define también como matriz de insumo-producto en unidades monetarias valuada a precios del año base.

II.3; II.4	$B_{pxa,D}$	Matriz de coeficientes de utilización intermedia de productos de origen nacional con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva.
II.3; II.4	$B_{pxa,M}$	Matriz de coeficientes de utilización intermedia importada con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva.
II.3; II.4	$B_{pxa,T}$	Matriz de coeficientes de utilización intermedia de origen nacional e importado con márgenes de comercio y transporte incluidos por unidad producida por actividad productiva. Matriz de coeficientes de utilización intermedia total por unidad producida por actividad productiva.
II.4	$c_{a,bp,D}$	Vector del valor del gasto final de los hogares a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados por actividad productiva nacional.
II.4	$c_{a,cif,M}$	Vector del valor del gasto final de los hogares en productos importados a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados por actividad productiva.
II.4	$c_{a,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos del gasto final de los hogares por actividad productiva.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,bp,d}$	Vector del valor del gasto final de los hogares por producto nacional a precios básicos.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,bp,D}$	Vector del valor del gasto final de los hogares por producto nacional a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,cif,m}$	Vector del valor del gasto final de los hogares por producto importado a precios básicos c.i.f.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,cif,M}$	Vector del valor del gasto final de los hogares por producto importado a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.1	$c_{p,pp}$	Vector del valor del gasto final de los hogares por producto a precios comprador.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos del gasto final de los hogares.
II.2; II.3; II.4	$c_{p,ttm}$	Vector de márgenes comerciales y de transporte del gasto final de los hogares.
II.1; II.2; II.3; II.4	d_a	Vector del valor del consumo de capital fijo por actividad productiva.
II.3	D_{axp}	Matriz de coeficientes de distribución de la producción de los productos por actividad productiva (Matriz de participación en el mercado o de cuotas de mercado).
II.4	d_p	Vector del valor del consumo de capital fijo por producto.
II.3	D_{pxa}	Matriz de coeficientes de distribución de la producción de las actividades productivas por producto.

II.1; II.2; II.3; II.4	e_a	Vector del valor del superávit bruto de operación por actividad económica (excedente de explotación/ingreso mixto bruto).
II.4	e_p	Vector del valor del superávit bruto de operación por producto (excedente de explotación/ingreso mixto bruto).
II.4	$f_{a,bp,D}$	Vector del valor de la demanda final total por actividad productiva nacional a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.4	$f_{a,cif,M}$	Vector del valor de la demanda final total por actividad productiva importada a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.4	$f_{a,tnp}$	Vector del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total por actividad productiva.
II.4	$F_{axf,bp,D}$	Matriz del valor de la demanda final total por actividad productiva nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.4	$F_{axf,bp,np}$	Matriz del valor de los Impuestos netos de subsidios sobre las actividades productivas para cada categoría de demanda final.
II.4	$F_{axf,cif,M}$	Matriz del valor de la demanda final total por actividad productiva importada a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.4	$f_{FIS,a,bp,D}$	Vector de valor demanda final por actividad productiva basado en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas para el segmento de los productos de origen nacional
II.4	$F_{FIS,axf,bp,D}$	Matriz de demanda final actividad-por-categoría de demanda final basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas
II.4	$F_{FPS,axf,bp,D}$	Matriz de demanda final actividad-por-categoría de demanda final basada en el supuesto de estructura de ventas de las actividades productivas fija
II.4	$f_{FPS,a,bp,D}$	Vector de valor demanda final por actividad productiva basado en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas
II.2; II.3; II.4	$f_{p,bp,D}$	Vector del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2; II.3; II.4	$f_{p,cif,M}$	Vector del valor de la demanda final total por producto importado a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
I.2	$f_{p,uf}$	Vector del monto de la demanda final total por producto en unidades físicas.
I.1; I.2	$f_{p,um}$	vector de demanda final total por producto en unidades monetarias.

II.2; II.3; II.4	$f_{p,tnp}$	Vector del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total.
II.2	$F_{pxf,bp,d}$	Matriz del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final.
II.2; II.4	$F_{pxf,bp,D}$	Matriz del valor de la demanda final total por producto nacional a precios básicos para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2; II.4	$F_{pxf,cif,M}$	Matriz del valor de la demanda final total por producto importado a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2	$F_{pxf,cif,m}$	Matriz del valor de la demanda final total por producto importado a precios c.i.f. para cada categoría de demanda final.
II.2	$F_{pxf,np}$	Matriz de impuestos netos de subsidios sobre los productos de la demanda final total para cada categoría de demanda final.
II.1	$F_{pxf,pp}$	Matriz del valor de la demanda final por producto a precios comprador para cada categoría de demanda final.
II.2	$F_{pxf,ttm}$	Matriz de márgenes de comercio y transporte sobre los productos de la demanda final total para cada categoría de demanda final.
II.2	$F_{pxf,T}$	Matriz de demanda final total a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados
I.1	$F_{pxf,um}$	Matriz de demanda final total por producto para las f categoría de demanda final en unidades monetarias.
II.4	$g_{a,bp,D}$	Vector del valor del gasto final del gobierno a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados por actividad productiva nacional.
II.4	$g_{a,cif,M}$	Vector del valor del gasto final del gobierno a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados por actividad productiva de importación.
II.4	$g_{a,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos de las actividades productivas del gasto final del gobierno.
II.2; II.3; II.4	$g_{p,bp,d}$	Vector del valor del gasto final del gobierno a precios básicos por producto nacional.
II.2; II.3; II.4	$g_{p,bp,D}$	Vector del valor del gasto final del gobierno a precios básicos por producto nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2; II.3; II.4	$g_{p,cif,m}$	Vector del valor del gasto final del gobierno a precios básicos c.i.f. por producto importado.
II.2; II.3; II.4	$g_{p,cif,M}$	Vector del valor del gasto final del gobierno por producto importado a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.1	$g_{p,pp}$	Vector del valor del gasto final del gobierno por producto a precios comprador.

II.2; II.3; II.4	$g_{p,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos del gasto final del gobierno.
II.2; II.3; II.4	$g_{p,ttm}$	Vector de márgenes comerciales y de transporte del gasto final del gobierno.
II.4	$\dot{i}_{a,bp,D}$	Vector del valor de la formación bruta de capital a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados a precios básicos y por actividad productiva nacional.
II.4	$\dot{i}_{a,cif,M}$	Vector del valor de la formación bruta de capital a precios básicos c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados a precios básicos c.i.f. por actividad productiva importada.
II.4	$\dot{i}_{a,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos de la formación bruta de capital por actividad productiva.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,bp,d}$	Vector del valor de la formación bruta de capital con bienes nacionales a precios básicos por producto.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,bp,D}$	Vector del valor de la formación bruta de capital con bienes nacionales a precios básicos por producto con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,cif,m}$	Vector del valor de la formación bruta de capital a precios básicos c.i.f. por producto importado.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,cif,M}$	Vector del valor de la formación bruta de capital a precios básicos c.i.f. por producto importado con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.1, II.2	$\dot{i}_{p,pp}$	Vector del valor de la formación bruta de capital por producto a precios comprador.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre los productos de la formación bruta de capital.
II.2; II.3; II.4	$\dot{i}_{p,ttm}$	Vector de márgenes comerciales y de transporte sobre los productos de la formación bruta de capital.
II.3	L_{vxa}	Matriz de coeficientes de valor agregado por unidad producida de las actividades productivas por categoría de valor agregado.
II.1	$m_{p,cif}$	Vector del valor de las importaciones a valores c.i.f. por producto.
II.1, II.2	$m_{p,ttm}$	Vector del valor total de los márgenes de comercio y transporte por producto.
I.2	$m_{p,uf}$	Vector de demanda intermedia en unidades físicas por producto.
I.2; II.2; II.3	$m_{p,um}$	Vector de demanda intermedia de productos en unidades monetarias.
I.2	$P_{p,b}$	Vector de precios del año base de los distintos productos, usados en la compilación de la matriz de insumo-producto en unidades monetarias.
I.2	$P_{p,c}$	Vector de precios de los distintos productos calculados a partir de la ecuación del modelo.

I.2	$p_{p,ind}$	Vector de índices de precios cuya función es transformar los precios del año base en precios calculados relativos a partir de la ecuación del modelo; precios relativos con respecto al año base.
I.1; I.2	p_{p}	Vector de precios de los distintos productos en unidades monetarias.
II.1; II.2; II.3; II.4	$q_{a,bp}$	Vector del valor de la producción total a precios básicos por actividad productiva.
II.4	$q_{a,bp,D}$	Vector de utilización total de productos de las actividades productivas nacionales a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos.
II.4	$q_{a,bp,T}$	Utilización total de productos de las actividades productivas con márgenes de comercio y transporte incluidos.
II.4	$q_{a,cif,M}$	Vector de utilización total de productos de las actividades productivas importadas a precios básicos c.i.f. con márgenes de comercio y transporte incluidos.
II.1	$q_{p,bp,d}$	Vector del valor de la oferta de productos de origen nacional a precios básicos por producto.
II.1	$q_{p,bp,t}$	Vector del valor de la oferta total de productos a precios básicos por producto.
II.2; II.3	$q_{p,bp,ud}$	Vector del valor de la utilización total de productos nacionales a precios básicos.
II.2; II.3; II.4	$q_{p,bp,uD}$	Vector de utilización total de productos nacionales a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados. Es igual al vector del valor de la oferta de productos de origen nacional a precios básicos por producto $q_{p,bp,d}$ del cuadro de oferta.
II.2; II.3	$q_{p,bp,uT}$	Vector del valor de la utilización total de productos con márgenes de comercio y transporte integrados.
II.2, II.3	$q_{p,cif,um}$	Vector del valor de utilización total de productos importados a valor c.i.f.
II.2; II.3; II.4	$q_{p,cif,uM}$	Vector del valor de utilización total de productos importados a valor c.i.f. con márgenes de comercio y transporte integrados.
II.1	$q_{p,pp,t}$	Vector del valor de la oferta total a precios de comprador por producto.
II.1	$q_{p,pp,ut}$	Vector del valor de la utilización total a precios de comprador por producto.
I.1; I.2	$q_{p,uf}$	Vector de oferta y utilización de productos por producto en unidades físicas.
I.1; I.2	$q_{p,um}$	Vector de oferta y utilización de productos por producto en unidades monetaria.
II.1; II.4	$Q_{pxa,bp}$	Matriz del valor de la producción de los productos a precios básicos por actividad productiva.
I.2	$R_{pxp,uf}$	Inversa de Leontief basada en $A_{pxp,uf.}$

I.2	s	Vector que contiene dos vectores: uno que comprende los componentes correspondientes a los servicios de transporte prestados por productores residentes y no residentes cuya suma es igual al valor de $\boldsymbol{\tau}$ y otro que abarca los componentes correspondientes a los servicios de seguro prestados por productores residentes y no residentes cuya suma es igual al valor de $\boldsymbol{\sigma}$.
I.2	s_p	Vector de consumo intermedio total utilizado para la producción de cada producto en unidades monetarias.
II.1; II.2; II.3; II.4	$t_{a,no}$	Vector del valor de los otros impuestos sobre la producción netos de subvenciones por actividad productiva.
II.4	$t_{a,np}$	Vector del valor de los impuestos a los productos netos de subvenciones por actividad productiva.
II.4	$t_{p,no}$	Vector del valor de los otros impuestos sobre la producción netos de subvenciones por producto.
II.1, II.2; II.3; II.4	$t_{p,np}$	Vector del valor de los impuestos netos de subvenciones por producto.
I.1	U	Matriz cuadrada hipotética de cualquier dimensión.
II.4	$U_{axa,bp,D}$	Matriz simétrica actividad productiva-por-actividad productiva del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados).
II.4	$U_{axa,cif,M}$	Matriz simétrica actividad productiva-por-actividad productiva del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados).
II.4	$U_{FIS,aa,bp,D}$	Matriz de consumo intermedio simétrica actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura fija de ventas de las actividades productivas
II.4	$U_{FPS,aa,bp,D}$	Matriz de consumo intermedio simétrica a actividad productiva-por-actividad productiva para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de estructura fija de ventas de los productos (Cuotas de Mercado) fija.
II.2	$u´\ L_{vxa}$	Vector de coeficientes de valor agregado total por unidad producida de las actividades productivas.
II.1	$u_{a,pp,ci}$	Vector del valor de la utilización total de productos para el consumo intermedio por actividad productiva.

II.4	$U_{axa,T}$	Matriz simétrica actividad productiva-por-actividad productiva de uso intermedio total de productos a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos.
II.4	$U_{axa,tnp}$	Matriz simétrica actividad productiva-por-actividad productiva del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos del consumo intermedio.
II.1	$u_{p,pp,ci}$	Vector del valor de la utilización total de productos para el consumo intermedio por producto.
II.4	$U_{A,pxp,bp,D}$	Matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de las actividades productivas.
II.2; II.3	$U_{pxa,bp,d}$	Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva (matriz de absorción de productos de origen nacional).
II.2, II.3; II.4	$U_{pxa,bp,D}$	Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados).
II.2; II.3	$U_{pxa,cif,m}$	Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios c.i.f. por actividad productiva (matriz de absorción de productos importados).
II.2, II.3; II.4	$U_{pxa,cif,M}$	Matriz del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. por actividad productiva con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados).
II.1	$U_{pxa,pp}$	Matriz del valor del consumo intermedio de productos a precios de comprador por actividad productiva (matriz de absorción).
II.2	$U_{pxa,bp,T}$	Matriz de consumo intermedio total a precios básicos con los márgenes de comercio y transporte integrados.
II.2; II.3; II.4	$U_{pxa,tnp}$	Matriz del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos del consumo intermedio por actividad productiva.
II.2; II.3	$U_{pxa,ttm}$	Matriz del valor de los márgenes comerciales y de transporte sobre los productos del consumo intermedio por actividad productiva.
II.4	$U_{P,pxp,bp,D}$	Matriz de consumo intermedio simétrica producto-por-producto para el segmento de los productos de origen nacional basada en el supuesto de la tecnología del producto.
II.4	$U_{pxp,bp,D}$	Matriz simétrica producto-por-producto del valor del consumo intermedio de productos de origen nacional a precios básicos con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos de origen nacional con los márgenes comerciales y de transporte integrados).

II.4	$U_{pxp,cif,M}$	Matriz simétrica producto-por-producto del valor del consumo intermedio de productos de origen importado a precios c.i.f. con los márgenes comerciales y de transporte integrados (matriz de absorción de productos importados con los márgenes comerciales y de transporte integrados).
II.4	$U_{pxp,T}$	Matriz simétrica producto-por-producto de uso intermedio total de productos a precios básicos con márgenes de comercio y transporte incluidos.
II.4	$U_{pxp,tnp}$	Matriz simétrica producto-por-producto del valor de los impuestos netos de subsidios sobre los productos del consumo intermedio.
I.2	$U_{pxp,uf}$	Matriz simétrica de uso intermedio de productos en unidades físicas.
I.1; I.2	$U_{pxp,um}$	Matriz simétrica de uso intermedio total de productos en unidades monetarias.
II.1; II.2; II.3; II.4	$v_{a,pb}$	Vector de valor agregado bruto a precios básicos por actividad productiva.
II.4	$v_{A,p,bp}$	Vector de valor agregado por producto con tecnología de la actividad económica.
II.4	$V_{A,vxp}$	Matriz de valor agregado categoría de valor agregado-por-producto con tecnología de la actividad económica para el segmento de los productos de origen nacional.
I.2	v_p	Vector de valor agregado bruto por producto.
II.4	$v_{p,bp}$	Vector de valor agregado bruto a precios básicos por producto.
II.4	$v_{P,p,bp}$	Vector de valor agregado por producto basado en el supuesto de la tecnología del producto.
II.4	$V_{P,vxp}$	Matriz de valor agregado categoría de valor agregado-por-producto con tecnología del producto.
I.1; I.2	v_{pxuf}	Vector de valor agregado en unidades monetarias por unidad física de producción.
I.2	v_{pxufb}	Vector de valor agregado en unidades monetarias por unidad física de producción valuado a precios del año base.
I.1; I.2	$v_{p,um}$	Vector de valor agregado bruto por producto en unidades monetarias.
I.1; I.2	v_{pxum}	Vector de valor agregado por unidad monetaria de producción.
II.1; II.2; II.4	V_{vxa}	Matriz de valor agregado por actividad económica para cada categoría de valor agregado.
II.4	V_{vxp}	Matriz de valor agregado por producto y categoría de valor agregado.
I.1	$V_{vxp,um}$	Matriz de valor agregado por producto para las v categorías de valor agregado en unidades monetarias.

II.1; II.2; II.3; II.4	W_a	Vector de remuneración de los asalariados por actividad productiva.
II.4	W_p	Vector de remuneración de los asalariados por producto.
II.4	$X_{a,bp,D}$	Vector del valor de las exportaciones de productos nacionales valor f.o.b. con los márgenes comerciales y de transporte integrados por acrtividad productiva.
II.4	$X_{a,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre las exportaciones valor f.o.b. por actividad productiva.
II.2; II.3; II.4	$X_{p,bp,d}$	Vector del valor de las exportaciones valor f.o.b. (productos nacionales).
II.2; II.3; II.4	$X_{p,bp,D}$	Vector del valor de las exportaciones de productos nacionales valor f.o.b. con los márgenes comerciales y de transporte integrados.
II.1	$X_{p,fob}$	Vector del valor de las exportaciones f.o.b. por producto a precios comprador (f.o.b.) (productos nacionales).
II.2; II.3; II.4	$X_{p,tnp}$	Vector de impuestos netos de subsidios sobre las exportaciones f.o.b. por producto.
II.2; II.3; II.4	$X_{p,ttm}$	Vector de márgenes comerciales y de transporte de las exportaciones f.o.b. por producto.

Apéndice 2.- Ejemplos Numéricos de los Capítulos I.1 y I.2

Capítulo I.1: El Modelo de Insumo-Producto de la Normatividad Internacional: la Teoría

Ejemplo I.1.1 Los precios relativos

Si el sistema inicial es:

$$u' = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.5 & 0.5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1.007 & 0.351 & 0.141 \\ 0.257 & 1.171 & 0.468 \\ 0.375 & 0.340 & 1.136 \end{vmatrix}$$

Y el valor agregado por unidad de producto en unidades monetarias cambia de $V_P' =$ (0.7, 0.5, 0.5) a $V_P' =$ (0.7, 0.55, 0.5); en este caso el nuevo vector de precios sería:

$$p_P' = (1.017, 1.058, 1.018)$$

Como el nuevo valor de V_P para el segundo producto aumenta a 0.55 (es decir, 10 por ciento mayor que el valor anterior de V_P), el precio del producto segundo producto aumenta casi 6 por ciento mientras que los precios de otros productos suben casi 2 por ciento (Naciones Unidas. 2000; 1.38). Si definimos los precios relativos como la razón entre el nuevo precio y el de la base o inicial, en este caso sería igual a (1.017, 1.058, 1.018) en virtud de que los precios iniciales son todos igual a 1.

El documento normativo de las Naciones Unidas muestra un ejemplo muy importante vinculado al cuadro I.1.1, que aparece más adelante. En éste se demuestra que las variaciones de los precios relativos, indicadas en el ejemplo anterior, serán las mismas, sea que el cuadro de coeficientes de insumo producto se exprese en términos monetarios o en unidades físicas. De ese mismo ejemplo, si se usa el nuevo vector precios para actualizar la matriz de coeficientes de insumo producto en unidades monetarias, por medio de la relación:

$$\mathrm{diag}(p_p)\ (I-A^{n}_{pxp,um})^{-1}\ \mathrm{diag}(p_p)^{-1}$$

Entonces, la suma de cada columna del nuevo coeficiente de insumo-producto actualizado será igual a 1.

En el cuadro de flujos en unidades físicas del cuadro I.1.1, pueden usarse el valor agregado y el precio por unidad de producto físico para derivar el cuadro de flujos y otros datos en términos monetarios que aparecen del otro lado y que se muestran en las líneas 1 a 6 (Naciones Unidas. 2000; 1.42).

"Las modificaciones del valor agregado aparece en las líneas 11 y 12. Los nuevos valores de valor agregado por unidad de producto físico se muestran en el lado izquierdo de la línea 11. Aquí, se supone que solo se modifica el valor agregado por unidad física del segundo producto, aumentándolo 10 veces, de 5,0 (Línea 10) a 50. Este aumento puede ser consecuencia de un alza sustancial del impuesto que se aplica a los productos atribuible, por ejemplo, al deseo del Estado de reducir drásticamente la producción y el consumo de ese producto El nuevo valor agregado por valor unitario de producción del segundo productor en el lado izquierdo de la línea 11 puede calcularse dividiendo el valor agregado por unidad de producto físico en el lado izquierdo de la línea 11 por el precio por unidad de producto físico en el lado izquierdo de la línea 6. Cabe reconocer que este cálculo se basa en el sistema de precios anterior. En el cuadro en términos monetarios, pueden calcularse directamente los nuevos coeficientes de valor agregado sobre la base del sistema de precios anterior. En nuestro ejemplo, si el nuevo coeficiente de valor agregado del productor 2 se aumenta 10 veces, debería ser igual a 0,50 x 10 = 5,0." (Naciones Unidas. 2000; 1.43).

"Usando la fórmula y el procedimiento del cuadro 1.8, el nuevo precio de producto físico basado en los nuevos coeficientes de valor agregado se muestra en la Línea 12, mientras que las variaciones de los precios relativos, que se calculan dividiendo los valores de la línea 12 por los valores correspondientes de la línea 6, aparecen en la línea 13. A partir de este ejercicio podría llegarse a la conclusión de que las variaciones de precios, dados los cambios de los coeficientes de valor agregado, son las mismas, sea que se usen cuadros de insumo producto en unidades físicas o en valores para el análisis." (Naciones Unidas. 2000; 1.44).

"Es interesante observar, sin embargo, que cuando se realizan cambios en los cuadros de coeficientes compilados en términos monetarios, la suma de los nuevos coeficientes de cada columna no tiene que ser igual a 1,0. Por ejemplo, como puede verse en la columna 2 del cuadro de coeficientes a la derecha, la suma del consumo intermedio de las líneas 7 a 9 y el nuevo coeficiente de valor agregado en la línea 11 no es igual a 1,0. De hecho, el coeficiente de valor agregado en términos de valores es igual a 5. Es posible efectuar cambios en los coeficientes técnicos y, en consecuencia, en los coeficientes de insumo-producto en términos monetarios, obteniendo los mismos resultados sin tener que reducir la suma de la columna de los nuevos términos matriciales a 1,0. En este caso, el nuevo cuadro de coeficientes de insumo-producto se sigue midiendo en el sistema de precios anterior. La conversión de este cuadro al nuevo sistema de precios hará reaparecer la regla uniforme de que la suma de cada columna de un cuadro de coeficientes de insumo-producto debe ser igual a 1,0. La nueva matriz de coeficientes de insumo producto en unidades monetarias en el nuevo sistema de precios se obtiene usando la fórmula" (Naciones Unidas. 2000; 1.45):

$$\mathrm{diag}(p^{n}{}_{p})\ (I-A^{n}{}_{pxp,uf})^{-1}\ \mathrm{diag}(p^{n}{}_{p})^{-1}$$

Donde $p^{n}{}_{p}$ es el nuevo vector de precios.

"El nuevo coeficiente de valor agregado en el nuevo sistema de precios se obtiene dividiendo cada elemento de $V^{n}{}_{p}$ por el valor correspondiente de p^{n}, p^{n} y $A^{n}{}_{pxp,um}$ figuran en la parte inferior del cuadro 1.9, desde la línea 14 a la 17. En resumen: cuando se introducen cambios de en los coeficientes de un cuadro de insumo-producto en términos monetarios (en el original habla de tecnología, la que de hecho no cambia) en el mismo sistema de precios, la suma de cada columna del nuevo cuadro no tiene que ser 1,0. Pero, en vista de estos cambios, se establece un nuevo sistema de precios y si se vuelven a calcular los coeficientes de insumo-producto conforme a este nuevo sistema, la suma de cada una de dichas columnas debe ser 1,0."(Naciones Unidas. 2000; 1.45).

Cuadro A2.1.1.1. Análisis de las variaciones de precios utilizando matrices de coeficientes técnicos de insumo-producto en unidades físicas y monetarias

	Cuadros físicos			Líneas	Cuadros de valores			
	Cuadro de flujos				Cuadros de flujos			
	0	100	225	(1)	0	20	45	
	3	0	3	(2)	30	0	30	
	0	80	0	(3)	0	80	0	
Valor agregado en términos monetarios	70	100	75	(4)	70	100	75	Valor agregado en términos monetarios
Producción en unidades físicas	500	20	150	(5)	100	200	150	Producción en unidades monetarias
Precio por unidad de producto	0,20	10	1,0	(6)	1	1	1	Índice de precio unitario
	Cuadro de coeficientes				Cuadro de coeficientes			
	0	5	1,50	(7)	0,00	0,10	0,30	
	0,006	0	0,02	(8)	0,30	0,00	0,20	
	0	4	0	(9)	0,00	0,40	0,00	
Anterior valor agregado por unidad de producto físico	0,14	5,0	0,5	(10)	0,70	0,50	0,50	Anterior valor agregado por valor unitario del producto
Nuevo valor agregado por unidad de producto físico	0,14	50	0,5	(11)	0,70	5,0	0,50	Nuevo valor agregado por valor unitario del producto
Nuevo precio unitario del producto	0,516	62,69	2,528	(12)	2,580	6,269	2,528	Nuevo Índice de precios unitarios
Variación de los precios relativo	2,580	6,269	2,528	(13)	2,580	6,269	2,528	Variación de los precios relativos

	Nuevo cuadro de coeficientes en el nuevo sistema de precios			
(14)	0,000	0,041	0,306	
(15)	0,729	0,000	0,496	Consumo intermedio
(16)	0,000	0,161	0,000	
(17)	0,271	0,798	0,198	Valor agregado

Capítulo I.2: El Modelo Formal de Insumo Producto: la Teoría

Ejemplo I.2.1. La inversa de Leontief

Tomemos la matriz $\mathbf{A}_{pxp,uf}$:

$$\begin{vmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 \end{vmatrix}$$

Para la cual la matriz $\mathbf{R}_{pxp,uf}$:

$$\begin{vmatrix} 1.59 & 0.68 \\ 0.91 & 1.82 \end{vmatrix}$$

Y construyamos $\mathbf{R}_{pxp,uf}$ de acuerdo con la ecuación.

$$\mathbf{R}_{pxp,uf} = \mathbf{I} + \mathbf{A}_{pxp,uf} + \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{2} + \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{3} + \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{4} + \ldots$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\mathbf{R}_{pxp,uf} = & \mathbf{I} & + & \mathbf{A}_{pxp,uf} & + & \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{2} & + & \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{3} & + & \mathbf{A}_{pxp,uf}{}^{4} & + \ldots \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 0.16 & 0.15 \\ 0.2 & 0.21 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 0.092 & 0.093 \\ 0.129 & 0.123 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 0.0556 & 0.0555 \\ 0.0740 & 0.0741 \end{vmatrix} & + \ldots \\
 & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & & & \begin{vmatrix} 1.2 & 0.3 \\ 0.4 & 1.3 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 1.36 & 0.45 \\ 0.60 & 1.51 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 1.452 & 0.543 \\ 0.724 & 1.633 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 1.5076 & 0.5985 \\ 0.798 & 1.7071 \end{vmatrix} & + \ldots
\end{array}$$

Después de 4 iteraciones nos hemos aproximado a:

$$R_{pxp,uf} = \begin{vmatrix} 1.59 & 0.63 \\ 0.91 & 1.82 \end{vmatrix}$$

La descomposición de $R_{pxp,uf}$ sería:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
R_{pxp,uf} & = & I & + & A_{pxp,uf} & + & A_{pxp,uf}^{2}\, R_{pxp,uf} & = & I & + & A_{pxp,uf}\, R_{pxp,uf} \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\begin{vmatrix} 1.59 & 0.68 \\ 0.91 & 1.82 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} .2 & .3 \\ .4 & .3 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} .39 & .38 \\ .51 & .52 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} .59 & .68 \\ .91 & .82 \end{vmatrix}
\end{array}$$

La descomposición del producto se precisa de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
q & = & f & + & A_{pxp,uf}\, f & + & A_{pxp,uf}^{2}\, f & + & A_{pxp,uf}^{3}\, f & + & A_{pxp,uf}^{4}\, f & + & \ldots \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
\begin{vmatrix} 40 \\ 30 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} 23 \\ 5 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 6.1 \\ 10.7 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 4.43 \\ 5.65 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 2.585 \\ 3.467 \end{vmatrix} & + & \begin{vmatrix} 1.5461 \\ 2.0931 \end{vmatrix} & + & \ldots \\
 & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & & & & \begin{vmatrix} 29.1 \\ 15.7 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 33.53 \\ 21.35 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 36.115 \\ 24.817 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 37.6641 \\ 26.9101 \end{vmatrix} & &
\end{array}$$

Ejemplo I.2.2. Los precios relativos. El cambio en los precios relativos

Veamos el ejemplo que se analizó el capítulo anterior (Ejemplo I.1.1) con las ecuaciones que hemos derivado en el capítulo I.2 para los distintos modelos:

El caso en unidades físicas; tenemos:

$$p_p{'} = p_p{'} A_{upxp,uf} + v_{pxuf}{'}$$

$$\left| (0.20,10,1) \right| = \left| (0.20,10,1) \right| \left| \begin{matrix} 0 & 5 & 1.50 \\ 0.006 & 0 & 0.02 \\ 0 & 4 & 0 \end{matrix} \right| + \left| (0.14, 5.0, 0.5) \right|$$

Y los nuevos precios ante un cambio del valor agregado por unidad física de producto serían, para el caso en que el valor agregado del segundo producto aumenta 10 veces:

$$p^{nvo}{}' = p^{nvo}{}' A_{upxp,uf} + v^{nvo}{}'$$

$$\left| (0.516,62.69,2.528) \right| = \left| (0.516,62.69,2.528) \right| \left| \begin{matrix} 0 & 5 & 1.50 \\ 0.006 & 0 & 0.02 \\ 0 & 4 & 0 \end{matrix} \right| + \left| (0.14, 50, 0.5) \right|$$

Entonces, el cambio en los precios relativos sería:

$$p^{un}{}_{p}{}' \; (ag(p_p))^{-1} = (0.516,62.69,2.528) \; (dag(0.20,10,1))^{-1} = (2.580, 6.269, 2.528)$$

El caso en unidades monetarias; tenemos:

$$u' = u' \; A_{upxp,um} + v_{p,ind}'$$

$$\left| (1,1,1) \right| = \left| (1,1,1) \right| \left| \begin{matrix} 0.00 & 0.10 & 0.30 \\ 0.30 & 0.00 & 0.20 \\ 0.00 & 0.40 & 0.00 \end{matrix} \right| + \left| (0.7, 0.5, 0.5) \right|$$

Y los nuevos precios ante un cambio del valor agregado por unidad física de producto serían para el caso en que el valor agregado del segundo producto aumenta 10 veces:

$$p^{un}_{p}{}' = p^{un}_{p}{}' A_{upxp,um} + v^{n}_{p,ind}{}'$$

$$\left| \ (2.580,\ 6.269,\ 2.528) \ \right| = \left| \ (2.580,\ 6.269,\ 2.528) \ \right| \left| \begin{matrix} 0.00 & 0.10 & 0.30 \\ 0.30 & 0.00 & 0.20 \\ 0.00 & 0.40 & 0.00 \end{matrix} \right| + \left| \ (0.7,\ 5.0,\ 0.5) \ \right|$$

Entonces, el cambio en los precios relativos sería igual al caso de unidades físicas:

$$p^{un}_{p}{}'\ I = ((2{,}580,\ 6{,}269,\ 2{,}528))\ \mathrm{diag}(1,1,1) = (2{,}580,\ 6{,}269,\ 2{,}528)$$

Con ello llegamos a la misma conclusión planteada en el capítulo anterior:

> "... las variaciones de precios, dados los cambios de los coeficientes de valor agregado, son las mismas, sea que se usen cuadros de insumo producto en unidades físicas o en valores (unidades monetarias) para el análisis." (Naciones Unidas. 2000; 1.44).

Índice Analítico

A continuación se presentan algunos de los conceptos básicos empleados en los cuadros de oferta y utilización de acuerdo con las normas de la Organización de Naciones Unidas.

Actividad Productiva o Industria: "Una industria consiste de un conjunto de establecimientos dedicados a la misma, o similar, clase de actividad. En el nivel más detallado de la clasificación, una industria está constituida por todos los establecimientos que pertenecen a una sola Clase de la CIIU y que, por lo tanto, están todos dedicados a la misma actividad como se define en la CIIU. En los niveles de agregación superiores, correspondientes a los Grupos, a las Divisiones y en último término a las Secciones de la CIIU, las industrias comprenden a los conjuntos de establecimientos dedicados a tipos de actividades análogos' (Naciones Unidas 1993; 5.40).

Un establecimiento "combina la dimensión del tipo según la clase de actividad con la relativa a la localización. El establecimiento se define como una empresa o parte de una empresa situada en un único emplazamiento y en el que sólo se realiza una actividad productiva (no auxiliar) o en el que la actividad productiva principal representa la mayor parte del valor agregado" (United Nations 1993; 5.21).

La CIIU es la Clasificación industrial internacional uniforme de todas las actividades económicas United Nations (1990; Número de venta S.90.XVII.11.). La base de estas clasificaciones es el establecimiento, es decir, la unidad estadística que se analizará en detalle en la parte D de este capítulo y en el capítulo V. Pueden usarse indistintamente las expresiones "productor" e "industria". En consecuencia, "productor" no se refiere al propietario de una empresa o a la empresa en sí sino a un grupo de actividades económicas similares que se han clasificado en la misma unidad de clasificación. Los países y los grupos de países pueden preparar su propia clasificación industrial con el fin de satisfacer sus necesidades específicas, pero deben poder vincularla con la CIIU. Los países de la Unión Europea emplean la Clasificación Industrial General de Actividades Económicas en las Comunidades Europeas (NACE, Rev. 1) para el Sistema Europeo de Cuentas Económicas integradas (SEC 95) que concuerda ampliamente con el Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas (NACIONES UNIDAS. (2000) 1993) en cuanto a las definiciones, las normas contables y las clasificaciones, pero tiene ciertas diferencias, sobre todo en su presentación, que la ajustan más a su aplicación en el ámbito de la Unión Europea. La NACE está armonizada con la CIIU (Naciones Unidas 2000; 2.5).

Producto: Las expresiones "productos" y "bienes y servicios" se usan indistintamente y se clasifican conforme a la Clasificación Central de Productos (CCP) de las Naciones Unidas, (ST/ESA/STAT/SER.M/77 Versión 1.0) (véase el apéndice B). Al igual de lo que ocurre en el caso de las industrias, los países y los grupos de países pueden preparar su propia clasificación de productos para satisfacer sus necesidades específicas, pero deben poder vincularla con la CIIU. Los países de la Unión Europea utilizan la Clasificación de Productos por Actividad (CPA) como norma para el sistema europeo de cuentas nacionales, que armonizada con la Clasificación Central de Productos de las Naciones Unidas (Naciones Unidas 2000; 2.6).

Producción de una actividad productiva o producción industrial: La producción industrial es el valor total de todos los productos producidos por una industria, incluidos los primarios y los secundarios (Naciones Unidas 2000; 2.6).

Producción de un producto: La producción de un producto es el valor total de un producto producido por todas las industrias, es decir, todos los productores residentes de una economía (Naciones Unidas 2000; 2.8).

Productor de mercado, por cuenta propia y otros productores no de mercado: En el NACIONES UNIDAS. (2000), las industrias están agrupadas en tres categorías grandes: de mercado, por cuenta propia y no de mercado. "Un productor de mercado es un establecimiento o una empresa cuya producción se comercializa en su totalidad o en su mayor parte. Es perfectamente posible para los productores de mercado, tanto las pequeñas empresas como las grandes sociedades, obtener alguna producción no de mercado bajo la forma de producción destinada a su propio consumo final o a su propia formación bruta de capital fijo. Los productores por cuenta propia son los establecimientos cuya producción se destina a la formación bruta de capital fijo de las empresas a las que pertenecen, o bien son las empresas no constituidas en sociedad propiedad de los hogares cuya producción se destina en su totalidad o en su mayor parte, al consumo final o a la formación bruta de capital fijo de esos hogares; por ejemplo, los propietarios que ocupan sus viviendas o los agricultores de subsistencia que no venden su producción o que venden sólo una pequeña parte de ella. Los otros productores no de mercado son los establecimientos propiedad de unidades del gobierno o de las ISFLSH que suministran bienes o servicios gratuitamente o a precios económicamente no significativos a los hogares o a la comunidad en su conjunto. Estos productores pueden, asimismo, tener algunas ventas de producción secundaria de mercado cuyos precios tienen el propósito de cubrir sus costos o de obtener un excedente; por ejemplo, las ventas de reproducciones por los museos no de mercado United Nations (1993, para. 6.52). La producción se agrupa asimismo en tres categorías amplias: de mercado, para uso final propio y otra no de mercado. La clasificación de las actividades y productos en las tres categorías no es necesaria para obtener un cuadro simétrico de insumo-producto como se describe en el capítulo I, pero proporcionará datos útiles para estimar los nuevos coeficientes de insumo-producto si hay modificaciones en las partes que corresponden a las categorías. Esto se debe a que en un modelo de insumo-producto que se base en uno de estos cuadros, una columna que representa una tecnología de producción empleada para producir un producto es, normalmente, un promedio ponderado de las distintas técnicas que intervienen para producir ese producto. Para que resulten más útiles en el análisis de insumo-producto, los productores de mercado deberían clasificarse en dos grupos: no constituidos en sociedades y productores de actividades de los hogares para uso propio que pueden usar técnicas más primitivas, y sociedades que son grandes y pueden emplear una tecnología más avanzada. Esta última distinción también es útil para identificar el valor agregado generado por el sector de los hogares (Naciones Unidas 2000; 2.9).

Valoración de la producción: “Los bienes y servicios producidos para su venta en el mercado a precios económicamente significativos pueden valorarse a precios básicos o a precios de productor. El método de valoración preferido es el de precios básicos, especialmente cuando funciona un sistema de IVA o de otro impuesto deducible análogo; no obstante, los precios de productor se pueden utilizar cuando la valoración a precios básicos no es viable” (Naciones Unidas 1993; 6.218).

“El precio básico es el monto a cobrar por el productor del comprador por una unidad de un bien o servicio producido como producto, menos cualquier impuesto por pagar y más cualquier subvención por cobrar por esa unidad de producto como consecuencia de su producción o venta. Este precio no incluye los gastos de transporte, facturados por separado por el productor; el precio de productor es el monto a cobrar por el productor del comprador por una unidad de un bien o servicio producido como producto, menos el IVA u otro impuesto deducible análogo, facturado al comprador. Este precio no incluye los gastos de transporte facturados por separado por el productor United Nations (1993; 2.05) (Naciones Unidas 2000; 2.10).

Valor agregado: “El valor agregado es el saldo contable de la cuenta de producción de una unidad o sector institucional o de un establecimiento o industria. Mide el valor creado por la producción y puede calcularse antes o después de deducir el consumo de capital fijo de los activos fijos utilizados... El valor agregado bruto se define corno el valor de la producción menos el valor del consumo intermedio; el valor agregado neto se define como el valor de la producción menos los valores del consumo intermedio y del consumo de capital fijo United Nations (1993, para. 6.222). El valor agregado a precios básicos de una industria es la diferencia entre la producción industrial a precios básicos y el consumo intermedio de la industria a precios de comprador (Naciones Unidas 2000; 2.11).

El excedente de explotación: es un saldo contable que es igual al valor agregado menos la remuneración de los asalariados, menos los impuestos restados los subsidios a la producción y a las importaciones. El excedente de explotación que incluye el consumo de capital fijo se denomina excedente de explotación bruto; si no hay consumo de capital se lo llama excedente de explotación neto. El excedente de explotación se calcula en forma residual, dados el valor agregado y la remuneración de los asalariados, otros impuestos restadas los subsidios a la producción y el consumo de capital fijo. El valor agregado a precio de mercado (sea precio de productor o de comprador) para el total de la economía es la suma del valor agregado a precio básico más los impuestos menos las subsidios a la producción (Naciones Unidas 2000; 2.12).

Remuneración de los asalariados: “La remuneración de los asalariados se define como la remuneración total, en dinero o en especie, a pagar por una empresa a un asalariado en contraprestación del trabajo realizado por éste durante el período contable... No se registra remuneración de los asalariados en el caso del trabajo voluntario no remunerado, incluido el realizado por los miembros de un hogar en una empresa no constituida en sociedad propiedad de dicho hogar. La remuneración de los asalariados no incluye los impuestos a pagar por el empleador sobre los sueldos y salarios -por ejemplo, el impuesto sobre la nómina salarial. Estos impuestos se tratan como impuestos sobre la producción, de la misma manera que los impuestos sobre los edificios, la tierra u otros activos utilizados en la producción United Nations (1993, para. 7.21) (Naciones Unidas 2000; 2.13).

Impuestos sobre la producción y las importaciones: Estos impuestos incluyen los que se aplican a los productos y otros impuestos sobre la producción:

- Impuestos sobre los productos: Son “los impuestos por pagar sobre bienes y servicios cuando éstos se producen, suministran, venden, transfieren o se disponen de otra manera por sus productores incluyen los impuestos y derechos sobre las importaciones que han de pagarse cuando los bienes entran en el territorio económico al c m la frontera o cuando los servicios se prestan a unidades residentes por unidades no residentes; cuando la producción se valora a precios básicos, los impuestos sobre los productos nacionales no se registran en las cuentas del Sistema como impuestos a pagar por sus productores United Nations (1993, para. 7.49). Los impuestos sobre los productos pueden consistir en: impuestos del tipo valor agregado, impuestos y derechos de importación excluido el IVA, impuestos a la exportación, en impuestos a los productos, excepto los enumerados antes. En el NACIONES UNIDAS. (2000) de 1968, se los llama impuestos sobre las mercancías. Las subsidios de los productos se definen en forma similar.

- Otros impuestos a la producción: Estos impuestos consisten “principalmente en los impuestos sobre la propiedad o uso de tierras y terrenos, los edificios u otros activos utilizados en la producción, o sobre la mano de obra empleada o sobre la remuneración pagada a los asalariados. Los impuestos sobre el uso personal de vehículos, etc. por los hogares se registran en la partida de los impuestos comentes sobre el ingreso, la riqueza, etc.” United Nations (1993, para. 7.49). Algunos ejemplos de otros impuestos sobre la producción son los que pagan los productores por las licencias comerciales, los impuestos sobre la nómina salarial, los impuestos de sello, etc. Estos impuestos no son proporcionales al valor de los bienes y servicios producidos. En el NACIONES UNIDAS. (2000) de 1968, se los denomina otros impuestos indirectos (Naciones Unidas 2000; 2.14).

Subsidios sobre la producción y las importaciones: “Las subsidios son pagos comentes sin contrapartida que las unidades gubernamentales, incluidas las no residentes, hacen a las empresas en función de los niveles de su actividad productiva o de las cantidades, o valores, de los bienes o servicios que producen, venden o importan” United Nations (1993, para. 7.71). “Las subsidios no se pagan a los consumidores finales, y las transferencias corrientes que los gobiernos dan directamente a los hogares como consumidores se tratan como prestaciones sociales. Tampoco incluyen las donaciones que los gobiernos pueden hacer a las empresas para financiar su formación de capital o para compensarlas por daños en sus activos de capital; estas donaciones se tratan como trasferencias de capital” United Nations (1993, para. 7.72). Los subsidios a los productos y a las importaciones se dividen en dos renglones distintos:

- Subsidios a los productos: “La subvención a un producto es aquélla a pagar por una unidad de un bien o un servicio” (Naciones Unidas 1993; 7.73).

- Otras subsidios a la producción: “Comprenden las subsidios, excepción hecha de las subsidios a los productos, que las empresas residentes pueden recibir como consecuencia de su participación en la producción” United Nations (1993, para. 7.79). Algunos ejemplos son los subsidios a la nómina salarial o la fuerza de trabajo y las que se otorgan para reducir la contaminación (Naciones Unidas 2000; 2.15).

Ingreso mixto bruto: “El ingreso mixto contiene un componente desconocido, relativo a la remuneración del trabajo realizado por el titular de la empresa o por otros miembros del mismo hogar, junto con el excedente [de explotación] generado por la producción” United Nations (1993, para. 7.79). Es la expresión utilizada para designar el saldo contable de la cuenta de generación del ingreso referido a un subconjunto de “empresas formado por las empresas no constituidas en sociedad propiedad de los miembros de los hogares, ya sea a titulo individual o en copropiedad con otros, en las que miembros de sus hogares pueden trabajar sin recibir a cambio un sueldo o un salario. Los titulares de esas empresas han de ser autónomos: los que tienen asalariados son empleadores, mientras que los que no los tienen son trabajadores por cuenta propia. En unos pocos casos puede ser posible estimar el componente sueldos o salarios incluido implícitamente en el ingreso mixto, pero generalmente no se dispone de la información suficiente acerca del número de horas trabajadas o sobre las tasas de remuneración adecuadas para imputar los valores en forma sistemática” United Nations (1993, para. 7.85). El concepto de ingreso mixto es necesario porque, en la práctica, en el caso de los propietarios no es posible realizar estimaciones satisfactorias de su remuneración como asalariados. Los servicios de vivienda para consumo propio que producen los ocupantes propietarios no generan un ingreso mixto ya que “no se utiliza mano de obra en la producción de los servicios de las viviendas ocupadas por sus propietarios por lo que cualquier excedente obtenido es un excedente de explotación” (Naciones Unidas 2000; 7.85); (Naciones Unidas 2000; 2.16).

Consumo de capital fijo: “El consumo de capital fijo es un costo de la producción. Puede definirse en términos generales como la declinación experimentada, durante el período contable, en el valor comente del stock de activos fijos que posee y que utiliza un productor, como consecuencia del deterioro físico, de la obsolescencia normal o de daños accidentales normales. Se excluye el valor de los activos fijos destruidos por actos de guerra o por acontecimientos excepcionales, como los grandes desastres naturales, que ocurren con muy escasa frecuencia” United Nations (1993, para. 6.179). Por lo tanto, el consumo de capital fijo no es lo mismo que la depreciación tal como se la registra para fines impositivos. El consumo de capital fijo se calcula generalmente por medio del método de inventario permanente (Naciones Unidas 1999; 2.17).

Precio de comprador: “El precio de comprador es la cantidad pagada por el comprador, excluido cualquier IVA [impuesto al valor agregado] deducible o impuesto deducible análogo, con el fin de hacerse cargo de una unidad de un bien o servicio en el momento y lugar requeridos. El precio de comprador de un bien incluye los gastos de transporte pagados por separado por el comprador para hacerse cargo del mismo en el momento y lugar requeridos” United Nations (1993; 7.85). Cabe mencionar que en las cuentas comerciales, los “costos de flete” normalmente se separan del valor de los bienes adquiridos, siempre que se los sufrague por separado (Naciones Unidas 2000; 6.215).

Precio de productor: “El precio de productor es el monto a cobrar por el productor del comprador por una unidad de un bien o servicio producido como producto, menos el IVA u otro impuesto deducible análogo facturado al comprador. Este precio no incluye los gastos de transporte facturados por separado por el productor”. United Nations (1993, para. 6.205) (Naciones Unidas 2000; 3.2).

Precio básico: “El precio básico es el monto a cobrar por el productor del comprador por una unidad de un bien o servicio producido como producto, menos cualquier impuesto por pagar y más cualquier subvención por cobrar por esa unidad de producto como consecuencia de su producción o venta. Este precio no incluye los gastos de transporte facturados por separado por el productor” United Nations (1993; 6.205) (Naciones Unidas 2000; 3.2).