

JOSÉ BUVICA MILANDO

ID: UM14668SMA22144

A Didactic Strategy for learning of the Exponential and Logarithmic functions, using mathematical software "Derive": An experience with students of 1st year of the course of Computer Science Engineering.

A Final Thesis Presented to  
The Academic Department  
Of the School of Science and Engineering  
In Partial Fulfillment of the Requirements  
For the Degree of Master in Mathematics

ATLANTIC INTERNATIONAL UNIVERSITY

HONOLULU, HAWAI

SEPTEMBER, 2011

ATLANTIC INTERNATIONAL UNIVERSITY  
HONOLULU, HAWAI  
ESCUELA DE CIENCIAS Y INGENIERÍA

**Una Estrategia Didáctica para el aprendizaje de las funciones Exponenciales y Logarítmicas, utilizando el software matemático "Derive": Una experiencia con estudiantes del 1º año de la carrera de Ingeniería Informática.**

**Tesis Presentada al Departamento Académico para obtención de grado Académico Máster en Matemática, Especialidad Didáctica de las Matemáticas.**

***Autor: José Buvica Milando / ID: UM14668SMA22144***

Septiembre / 2011

## **Dedicatoria**

Este trabajo es dedicado a mi familia de casa, a mis estimados parientes, hermanos, colegas, amigos y a mis digno docentes que supieron me apoyar y darme incentivo moral y no solo, me auxiliaron a ultrapasar inmensas dificultades en la concretización de este trabajo.

## **Agradecimientos**

En un trabajo de este género, no podemos pensar que cuando lo proponemos vamos a conseguir hacerlo solos. Por eso reservo esta página para agradecer a todos aquéllos que cruzaron conmigo los caminos profesionales para que este trabajo se vuelva en una realidad.

En primer lugar agradezco a Dios Todo Poderoso por todo cuanto ha hecho por mí; al Profesor Doctor Pedro Osmany Laffita Azpiazú por la ayuda continuada e incansable prestada en este trabajo y a lo largo de mi formación; al Profesor Doctor Manuel Joaquim Saraiva que aunque estando distante si predispose siempre su auxilio; a todo el Staff de la Atlantic International University en especial el Profesor Doctor Quintus Schulzke, asesor académico, por sus comentarios positivos para que el programa llegase al fin; por la paciencia que tuvieron en aguantarme.

No olvido de agradecer a mis amigos y colegas de la Universidad los profesores Xavier Alfredo Da Silva Futi y Araújo Osvaldo Mavungo que incansablemente estuvimos siempre juntos en la búsqueda del saber.

Y también a todos aquéllos que de forma directa o indirectamente contribuyeron para el éxito de este trabajo.

El Autor

## **Resumen**

La presente tesis contiene una estrategia didáctica para el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, utilizando el software matemático Derive. Aborda una experiencia lograda durante cuatro años ejerciendo funciones de docente en la Universidad Privada de Angola, Campus Cabinda.

La enseñanza de la Matemática continúa a ser un objeto de investigación a nivel mundial, nacional y local; los investigadores de la Educación Matemática buscan cada vez más los métodos y formas más eficaces para se leccionar esta asignación. Es en cuanto va surgiendo algunos métodos modernos para enseñar dicha ciencia, uno de ellos se basa en la aplicación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la enseñanza, que para ya es más una herramienta para la enseñanza de las ciencias en el caso particular la Matemática.

Esta tesis está estructurada en cuatro partes principales: Una Introducción general que aborda las cuestiones de definición de la investigación, dinámica de las expectativas, explicación metodológica, etc. El primer capítulo es un abordaje sobre la fundamentación teórica que sostiene la tesis desde la teoría psicológica del constructivismo, explicación del software Derive, utilización de las nuevas tecnologías para la enseñanza de la Matemática sostenida por varios autores de diversas nacionalidades. El segundo capítulo muestra la estrategia Didáctica como una novedad de la tesis, la cual explica a través de tres etapas principales como conducir al estudiante a la construcción de los conceptos y propiedades asociados a las funciones exponenciales y logarítmicas. En el tercer capítulo se muestra un ejemplo ilustrativo de la aplicación de la estrategia didáctica, como un modelo que el maestro puede utilizar; y también el capítulo recoge los resultados de la validación, por medio de métodos estadísticos, de la propuesta dada en la presente tesis.

## **Resumo**

A presente tese contém uma estratégia didáctica para a aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas, utilizando o software matemático Derive. Aborda uma experiência obtida durante quatro anos exercendo funções de docente na Universidade Privada de Angola, Campus Cabinda.

O ensino da Matemática continua a ser um objecto de investigação a nível mundial, nacional e local; os investigadores da Educação Matemática procuram cada vez mais os métodos e formas mais eficazes para se leccionar esta disciplina. É assim que vão surgindo alguns métodos modernos para ensinar a dita ciência, um deles é aplicação das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino, que para já é mais uma ferramenta para o ensino das ciências no caso particular a Matemática.

Esta tese está estruturada em quatro partes principais: Uma Introdução geral que aborda as questões da definição da investigação, dinâmica das expectativas, explicação metodológica, etc. O primeiro capítulo é uma abordagem sobre a fundamentação teórica que sustenta a tese a partir da teoria psicológica do construtivista, explicação do software Derive, utilização das novas tecnologias para o ensino da Matemática sustentada por vários autores de diversas nacionalidades. O segundo capítulo mostra a estratégia didáctica como uma novidade da tese, explica como se deve através de três etapas principais a construção de uma estratégia didáctica em que o próprio aluno vai descobrir os conceitos e propriedades para que ele estude. No terceiro capítulo mostra exemplo da estratégia didáctica como um modelo que o professor pode utilizar e também a validação da proposta dada na presente tese por meio de métodos estatísticos.

## **Summary**

The present thesis contains a didactic strategy for learning of exponential and logarithmic functions, using the mathematical software “Derive”. It is about an experience obtained during four years, working as a teacher at Private University of Angola, Campus Cabinda.

The teaching of mathematics is still a matter of investigation at the international, national and local levels; researchers on Mathematics Education seek more and more methods and more effective ways to teach this subject. That is why some modern methods are emerging to teach the science in question, one of them is the application of the Information Technology and Communication in the teaching of sciences in the particular case of Mathematics.

This thesis is made of four main parts: A general introduction which tackles the questions about the definition of investigation, the dynamic of the expectations, the methodological explorations, etc. The first chapter is an approach to the theoretical foundations which sustain the thesis from the psychological theory on constructivism, the explanation of software Derive, the use of the new technologies in the teaching of Mathematics sustained by various authors from different nationalities. The second chapter shows the didactic strategy as a novelty of the thesis, explains how to construct through three main stages, a didactic strategy from which the student himself will discover the concepts and the properties. The third chapter gives clear examples of the didactic strategy as a model that the teacher may use and also the validation of the proposal given within the present thesis throughout the statistical methods.

## ÍNDICE

Didicatoria.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Resumen.....	v
Resumo.....	vi
Summary.....	vii
Introducción general.....	10
Capítulo I. Fundamentación teórica de estrategia didáctica.....	25
I.1. El enfoque constructivista en el proceso educativo.....	25
I.2. El uso de las tecnologías de información en procesos educativos.....	39
I.3. El Derive como medio de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.....	42
Conclusiones del capítulo I.....	48
Capítulo II. Estrategia Didáctica para el aprendizaje de los conceptos y propiedades de funciones exponenciales y logarítmicas, desde el software matemático “Derive”.....	49
II.1. Concepto de estrategia didáctica y sus características.....	49
II.2. Propuesta de una estrategia didáctica para el tratamiento del concepto de funciones exponenciales y logarítmicas.....	54
II.2.1.Trabajo del maestro en la estrategia didáctica.....	64
Conclusiones del capítulo II.....	65

Capítulo III. Análisis y Interpretación de los resultados de implementación de la estrategia.....	66
III.1. Diagnóstico de las insuficiencias constatadas en la enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en el 1º año de Ingeniería Informático.....	66
III.2. Ejemplificación de la estrategia Didáctica.....	72
III.3. Valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia por el método estadístico prueba de los signos.....	81
Conclusiones generales.....	87
Sugerencias.....	89
Bibliografía.....	90
Anexos.....	100

## **INTRODUCCIÓN GENERAL**

## INTRODUCCIÓN GENERAL

En los últimos años el sistema educacional angolano ha experimentado notables avances. El incremento paulatino del número de personas alfabetizadas, de la matrícula escolar en los diferentes subsistemas de enseñanza y de la cantidad de graduados universitarios constituye; entre otros, un indicador de los avances experimentados.

No obstante, la práctica educativa cotidiana revela la necesidad de continuar ajustando las estrategias de enseñanza, en aras de elevar los niveles de aprendizaje que alcanzan los estudiantes en las diferentes disciplinas escolares; lo que ha quedado manifiesto en diferentes pronunciamientos realizados por autoridades educacionales de nuestro país. La enseñanza de las Matemáticas no escapa a esta necesidad, todavía no se alcanzan los niveles de dominio deseados en el aprendizaje de algunos contenidos matemáticos. El caso de las funciones exponenciales y logarítmicas es uno de estos contenidos que precisan desarrollar nuevas estrategias didácticas con el objetivo de alcanzar mejores resultados en el aprendizaje.

Sobre la base de un diagnóstico realizado en seis escuelas del nivel medio y dos universidades privadas (Universidad Lusíades de Angola Polo de Cabinda y Universidad Privada de Angola Campus Cabinda), todas de la provincia angolana de Cabinda; puede constatar las insuficiencias presentadas por los alumnos en la asimilación de los contenidos que forman parte de la unidad de estudio “Funciones Exponenciales y Logarítmicas”. Estas insuficiencias se manifiestan en limitaciones para resolver ejercicios y problemas matemáticos que exigen el uso de estos contenidos.

Partiendo de estos elementos decidí trabajar en la solución de la problemática esbozada, con cuyos resultados elaboro la tesis para la culminación de la maestría.

Por otro lado, un estudio de las actuales tendencias en el orden de la educación matemática nos permitió conocer las múltiples ventajas que ofrece la tecnología informática, y en particular los software matemáticos, para mejorar el aprendizaje de las materias escolares. En este sentido se puede señalar que los software matemáticos facilitan la visualización de conceptos; la realización

de operaciones de cálculo mecánicas y repetitivas, permitiendo un mayor tiempo de trabajo en función de desarrollar capacidades intelectuales generales; y potencian la motivación de los estudiantes, entre otros aspectos ventajosos que la propia computadora ofrece para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El estudio realizado me permitió conocer también que el software Matemático Derive constituye uno de los más utilizados en la enseñanza de las Matemáticas. Sus potencialidades han sido comprobadas en numerosos trabajos dirigidos a perfeccionar los procesos de enseñanza aprendizaje. (AZPIAZÚ, Pedro Osmany Laffita y SEIDE, E. Guerrero (2009), TANDO y NGOMA (2010), Andrés A. Salgado, entre otros).

Por todo lo anterior resolví en buscar una estrategia didáctica para el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, utilizando el software matemático “Derive”; estrategia cuya efectividad pienso evaluar a partir de su aplicación en el 1º año del curso de Ingeniería Informática de la Universidad Privada de Angola, Campus Cabinda.

Es por ello que propongo como título de la tesis de maestría: Una Estrategia Didáctica para aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, utilizando el Software matemático “Derive”: Una experiencia con estudiantes del 1º año del curso de Ingeniería Informática.

### **Definición de la investigación**

La Matemática es una disciplina tradicionalmente asociada al insuceso y, por eso, la investigación en esta área busca muchas veces, nuevos métodos, nuevas prácticas, nuevos recursos, que ayuden en la obtención de mejores resultados. Un pequeño número de investigadores en la área de Educación Matemática está representado en trabajos de Esgalhado(1990), Jesús (2004), Vieira(2001), Gonçalves(2008), Ribeiro(2008), Alvarenga (2006), Barbosa(2007), Martins(2007), Gerardo(2005), Pinto(2003), Biajone(2006), Teles(2005), Menezes(2004), Trindade(2006), entre otros espalados en todo el mundo. La introducción de las TIC en la clase de Matemáticas es sugerida por varios autores hace algunos años. Sus ventajas en la construcción del

conocimiento son innegables, sin embargo su integración aún no es muy frecuente. (Silvia 2006:5)

Corremos, aún, el peligro de “la busca de nuevos métodos de enseñanza, más atractivos y eficaces, poder acarrear a una ansia por la utilización de nuevas tecnologías – consideradas, por veces, más como un fin en sí que como un medio – y que, exiguamente pensada y testada, podrá desembocar en aplicaciones precipitadas e infelices, desmotivando futuras utilidades y descorajando la pesquisa, desaprovechándose medios e hipótesis que podrían vengar” (Camacho, 1996:164 apud Silvia).

En la actualidad, el uso de la tecnología informática en los procesos educativos se amplía y diversifica cada vez más. Las diferentes instituciones escolares realizan esfuerzos por crear las condiciones materiales y de preparación a los recursos humanos que garanticen la introducción exitosa de estas tecnologías. Los hechos expuestos resultan pertinentes a las universidades angoleñas, y particularmente a las facultades que forman ingenieros.

En concordancia con este planteamiento se están realizando grandes esfuerzos para lograr que todas las escuelas dispongan de las tecnologías de la información y las comunicaciones, teniendo en cuenta que con el diseño adecuado de su inserción en el proceso de enseñanza-aprendizaje provoca cambios que favorecen su desarrollo y permiten en muchos casos “el auto aprendizaje, el auto entrenamiento y la autovaloración en el avance de lo que se estudia” (95:9), por lo que se impone a los profesores la responsabilidad de diseñar de inmediato su introducción en el proceso y contribuir de esta manera a “... revolucionar hasta sus raíces la enseñanza secundaria en nuestro país, y con la misma línea, hacia delante, los niveles universitarios y científicos” (46:3)<sup>1</sup>.

“El uso de estos medios ofrece importantes oportunidades para el aprendizaje de los estudiantes y de los docentes, para la gestión y para la administración del sistema educativo y de las escuelas, y para el intercambio de conocimientos y de experiencias” (227:17)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> [www.umsa.edu.ar](http://www.umsa.edu.ar)

<sup>2</sup> [www.umsa.edu.ar](http://www.umsa.edu.ar)

Una razón poderosa para introducir estas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje es que

“desde el punto de vista educativo contribuyen a la transformación de la personalidad de los estudiantes, les permiten prepararse de manera más amplia en su profesión, optimizar su tiempo y adentrarse en los sistemas modernos de búsquedas de información.” (199:1)<sup>3</sup>

El pensamiento matemático es una forma racionalizada del pensamiento, de aquí que la educación en este tipo de pensamiento es de una importancia extraordinaria para todas las esferas de las ciencias y para la vida diaria. Un aspecto de vital importancia para desarrollar el pensamiento matemático es la abstracción de invariantes, Pero, para reconocer

“... lo que no cambia se debe observar el fenómeno en su variación. En este sentido los medios dinámicos hacen mucho más fácil esta tarea a profesores y alumnos, y entre los medios de enseñanza dinámicos, la computadora y los software educativos ocupan un lugar principal” (200:13).<sup>4</sup>

En la discusión de la tema a nivel local, debo decir que en mi caso concreto, en una primera ocasión, voy a aplicar la Estrategia Didáctica elaborada en la Universidad Privada de Angola en la asignatura de Matemáticas I del 1º Año del curso de Ingeniería Informática. Mas adelante, en dependencia de los resultados, la estrategia podrá ser aplicada en otras instituciones escolares.

Otro aspecto en el cual repercutirá mi trabajo es en la calidad del aprendizaje de los contenidos matemáticos. Partiendo de la revisión bibliográfica que hasta el momento he efectuado, espero que la estrategia didáctica influya positivamente en el aprendizaje de los estudiantes; no obstante, como ya he dicho tengo planificado realizar una evaluación del impacto que produce la aplicación de la propuesta que realizo.

---

<sup>3</sup> [www.magislex.com](http://www.magislex.com)

<sup>4</sup> [www.illustrado.com](http://www.illustrado.com)

Debo decir que en la enseñanza de las Matemáticas en Cabinda, no existe ninguna experiencia de este tipo; o sea, no se reportan experiencias de estudio de contenidos relacionados a las funciones exponenciales y logarítmicas en un ambiente de visualización por medio del software matemático "Derive". Por eso mi trabajo va a servir como punto de partida para que otros docentes propicien experiencias de aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas por medio de software matemáticos.

En el círculo de profesores de Matemática de la provincia de Cabinda está bastante difundida la idea de que la buena preparación de un profesor de Matemática se limita a la profundización en los contenidos de esta ciencia; al margen de los fundamentos pedagógicos, psicológicos, sociológicos e gnoseológicos que aseguran resultados positivos en el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, mi trabajo será una pequeña contribución en la lucha por modificar esta idea; pues mostraré como la tecnología educativa puede contribuir a mejorar la calidad del proceso pedagógico que desarrollamos los profesores de Matemática.

A nivel nacional y mundial: en muchos países del mundo, fundamentalmente en el caso de los países desarrollados y en vías de desarrollo donde el uso de las tecnologías de información y comunicación es muy acentuado, el uso de los software matemáticos en las clases de Matemáticas ha sido habitualmente usado para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Una pequeña muestra de trabajos que se realizan está dada en: SOSA, José Bonito Rodrigues (2003), Sílvia Cristina da Costa y Sousa (2006), Mercado (2005), Luís Havelange Soares y otros (2010), AZPIAZÚ (2007), Caput (1992), Palmitter (1991), Valdés (1996), Pérez-Fernández (1996), Ríos y Cebrián (2000), Alemán (2001), Salgado (2002), Simões (2005), Moura (2005), Azevedo(1993), Domingos(1994), Lança(2007), Tavares(1998), Duarte(1992), Bravo(2005), Cebola(1992), Babdarra(2006), Semião(2007), Ferreira Simões(2005), entre otros.

Pero por otra parte en países del tercer mundo este sistema de aprendizaje es poco utilizado debido a la escases de recursos informáticos y también por la falta de los recursos humanos capaces de manejar los recursos materiales. No

obstante, esta tendencia del uso de las TIC en las clases va dominando en casi todo el mundo, influenciada por el proceso de la globalización.

En este sentido, Angola se encuentra en una etapa incipiente en lo que a la aplicación de las TIC en los procesos educativos concierne. Mi trabajo forma parte de un conjunto de trabajos que realizan diferentes docentes angolanos: João C. Tando y Sebastião N. Tati (2010), MARCIANO, J. (2009), BUISSA, Inês Florinda Luis (2010) y otros, dirigidos a promover de manera más acelerada la utilización de las tecnologías informáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Estos trabajos constituyen punto de partida en la búsqueda de una didáctica para la implementación de las TIC en las condiciones concretas de Angola. De este modo se revela otra repercusión de mi tesis de maestría.

Por otro lado, nuestra propuesta enriquece el conjunto de experiencias que están teniendo lugar en diferentes partes del mundo en el orden de aplicación de las TIC. Mi trabajo ofrecerá nuevos resultados que pueden ser utilizados en la sistematización de la práctica educativa basada en las TIC; sistematización que resulta necesaria para el desarrollo de los aspectos teóricos y metodológicos que aseguren efectividad en esta labor.

### **Dinámica de las expectativas**

La enseñanza de la Matemática aún continúa siendo un problema para los alumnos a nivel mundial, la mayoría de los alumnos en todas partes del mundo asumen la Matemática como algo difícil de aprender debido, entre otros elementos, a las propias características del contenido de esta ciencia; entre ellas su elevado nivel de abstracción. Pero esa realidad es encarada para algunos alumnos como hecho no consumado, porque enseñar la Matemática depende mucho del propio profesor y también de la realidad del contexto. Estos problemas van siendo objeto de investigación cada día que pasa. Es así que algunos métodos modernos de enseñanza van surgiendo, tal es el caso concreto del uso de la computadora en la enseñanza.

Hoy en día el uso de las nuevas tecnologías de información y comunicación en la educación es una tendencia a nivel mundial, en particular en la enseñanza de la Matemática.

A partir de las ideas expuestas pienso que el tema de mi tesis de maestría es bastante importante, pues va a contribuir a la solución de uno de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en nuestro país, particularmente en la provincia de Cabinda, por medio de una propuesta que se inserta en las tendencias actuales de investigación dentro de la educación matemática: el uso de la tecnología informática en beneficio de los procesos de aprendizaje.

Quiero decir aquí que el tema de la tesis es fundamentado en el enfoque constructivista del aprendizaje, buscando promover que el alumno descubra el propio contenido que desea aprender. Según esta teoría, la educación debe favorecer y potenciar el desarrollo cognoscitivo del alumno, promoviendo su autonomía moral e intelectual. Piaget ha comentado lo siguiente en torno al problema de los objetivos de la educación en el entorno constructivista (cf. [www.miguelvaldivia.obolog.com](http://www.miguelvaldivia.obolog.com))

" El principal objetivo de la educación es crear hombres que sean capaces de hacer cosas nuevas, no simplemente de repetir lo que han hecho otras generaciones: hombres que sean creativos, inventivos y descubridores. El segundo objetivo de la educación es formar mentes que puedan criticar, que puedan verificar, y no aceptar todo lo que se les ofrezca" (Piaget, 1964 cit. por Kamii, 1982)<sup>5</sup>.

Como parte del diagnóstico realizado pude comprobar que el programa de la disciplina de Matemáticas para el curso de Informática de la Universidad Privada de Angola, señala la necesidad de incorporar los asistentes matemáticos durante el estudio de los contenidos relacionados con funciones exponenciales y logarítmicas; y también que dicho programa no contiene orientaciones metodológicas acerca de como puede efectuarse esta incorporación.

A lo largo de los cuatro años de ejercicio de la docencia en la Universidad Privada de Angola en Cabinda, he podido constatar en los estudiantes del 1º año del curso de ingeniería informática:

---

<sup>5</sup> [www.miguelvaldivia.obolog.com](http://www.miguelvaldivia.obolog.com)

- La falta de motivación para el estudio de los contenidos matemáticos, particularmente los que se relaciona con funciones exponenciales y logarítmicas;
- Las limitaciones para la aplicación de los contenidos mencionados;
- La falta de racionalidad durante la identificación y determinación de las principales propiedades de estas funciones;
- Los bajos niveles de asimilación de los contenidos relacionados con las funciones exponencial y logarítmica;
- La poca independencia y creatividad durante la resolución de ejercicios y problemas.

Los elementos planteados constituyen manifestaciones de las dificultades que existen con la asimilación del contenido relacionado con las funciones exponencial y logarítmica, permitiéndome concluir que hay un real problema con la asimilación de estos contenidos.

### **Problema científico**

Como favorecer la asimilación de conceptos y propiedades relacionadas con las funciones exponencial y logarítmica, utilizando el software matemático "Derive".

A partir de este problema planteé las siguientes metas, expresadas en los objetivos que a continuación relacionamos.

**Objetivo general:** Estudiar qué efecto produce en el aprendizaje de las funciones exponencial y logarítmica, el uso del software matemático "Derive", para la visualización de conceptos y propiedades relacionadas con estas funciones.

### **Objetivo específico:**

- Elaborar una estrategia didáctica que permita favorecer el aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponencial y logarítmica, utilizando software matemático "Derive" y desde el enfoque epistemológico de la teoría del constructivismo.

- Aplicar la Estrategia Didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.
- Utilizar las herramientas de la Estadística Matemática para evaluar el impacto, en el aprendizaje de los contenidos, de la aplicación de la estrategia.

Estos objetivos están relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, que constituye mi **objeto de estudio**. Con un **campo de acción** localizado en la estrategia didáctica aplicada en un software matemático “Derive”.

La investigación parte de la siguiente **hipótesis**: Si se aplica una estrategia didáctica sustentada en un aprendizaje a partir del software matemático “Derive” de las funciones exponenciales y logarítmicas, que tome en cuenta la **contradicción** entre las **necesidades** y las **libertades** procedimentales de los sujetos; se puede contribuir a perfeccionar el proceso de enseñanza aprendizaje de estos contenidos matemáticos de manera que se favorezca el uso de los software matemáticos en la resolución de ejercicios.

Partiendo del objetivo y de la hipótesis planteada, se establecieron las siguientes **tareas científicas**:

- Caracterizar gnoseológica y didácticamente el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en la Universidad Privada de Angola.
- Fundamentar, desde el punto de vista del enfoque constructivista, y didáctico, la posibilidad de implementar una propuesta de sistematización basada en la perspectiva social de este proceso.
- Elaborar una estrategia didáctica para el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, utilizando el software matemático Derive.
- Ejemplificar la aplicación parcial de la estrategia didáctica de funciones exponenciales y logarítmicas contenido correspondiente a la asignatura Matemática I para la carrera Ingeniería Informática que se estudia en la Universidad Privada de Angola Campus Cabinda.

- Corroborar el valor científico y metodológico de los principales resultados de la investigación a través de métodos estadísticos, tal como el prueba de signo.

## **Metodología**

El contenido de la tesis fue obtenido a partir del empleo de siguientes métodos:

### **Métodos del nivel teórico:**

**Modelación:** en la experiencia de constatación efectuada con los estudiantes de la carrera de Ingeniería informática.

**Sistémico-estructural-funcional;** me permitió elaborar la estrategia didáctica de las funciones exponenciales y logarítmicas, basada en el uso del software matemático "Derive".

**Inducción-deducción** del complejo de materia relacionado con funciones exponenciales y logarítmicas.

**Análisis y síntesis:** presente en la lógica de todo el proceso de investigación.

### **Métodos del nivel empírico-experimental:**

Entrevistas a profesores para conocer sus criterios acerca de la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la enseñanza, lo que permitió fundamentar el problema de esta investigación.

Observación de clases a profesores de Matemática para determinar las posibles causas del insuficiente que se manifiesten en el complejo de materia: función exponencial y logarítmica.

Medición en la aplicación de los diagnósticos.

Técnicas de la Estadística Matemática: fueron utilizados para procesar y interpretar los resultados de la aplicación de los métodos y técnicas empíricas y también para dar la significación de cambios durante la realización de la experiencia con los estudiantes de Ingeniería informática.

La tesis se realiza en los siguientes aportes:

### **Aporte teórico:**

- Una estrategia didáctica que permite sistematizar la teoría relativa al proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.
- Caracterización del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de las funciones exponenciales y logarítmicas utilizando el software “Derive”.

### **Aporte práctico:**

- Un conjunto de acciones didáctico-metodológicas para la utilización del software matemático Derive en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.
- Un conjunto de acciones metodológicas para el trabajo con el complejo de materia: funciones exponenciales y logarítmicas con el objetivo de contribuir al desarrollo del pensamiento funcional matemático de los estudiantes.

El trabajo está constituido por una introducción general, formada por la definición de la investigación, sus metas, objetivos y metodología; un capítulo I que aborda la fundamentación teórica de la estrategia didáctica; el capítulo II sobre la estrategia didáctica para el aprendizaje de los conceptos y propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas, desde el software Derive; y, por último, el capítulo III donde se recoge el análisis y interpretación de los resultados de la implementación de la estrategia. La tesis también posee conclusiones, sugerencias, bibliografía y anexos.

### **Justificación**

La insuficiencia declarada en el problema planteado fue verificada a través de un diagnóstico hecho en seis escuelas medias y dos universidades de la provincia angolana de Cabinda, donde la aplicación de diferentes métodos y técnicas empíricas de investigación nos permitió conocer diferentes manifestaciones del problema. Algunas de estas manifestaciones fueron mencionadas anteriormente. Otras manifestaciones están dadas en que los alumnos presentaban dificultades para:

- establecer e identificar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas;
- representar gráficamente funciones exponenciales y logarítmicas para estudiar sus propiedades;
- expresar en lenguaje matemático las principales características de las funciones exponenciales y logarítmicas.

### **Actualidad**

Para la Matemática, que en sus investigaciones estudia relaciones y dependencias, las funciones ocupan un lugar de importancia suprema, partiendo del hecho de que el hombre en su accionar en la naturaleza logra solucionar diversos problemas con la ayuda de las mismas. Estas, sin duda alguna, posibilitan demostrar la relación “Matemática-realidad objetiva” y contribuyen a comprender que esta ciencia es un medio eficaz para transformar dicha realidad.

Las funciones exponenciales y logarítmicas constituyen buenos modelos de procesos que crecen o decrecen muy rápidamente. Estas funciones desempeñan papeles fundamentales en la Matemática y en ciencias relacionadas con ella, como: Física, Química, Ingeniería, Astronomía, Economía, Biología, Psicología y otras.

Es por ello que el estudio de las funciones exponenciales y logarítmicas constituye un complejo de materia bastante importante; debido a su aplicación en otras áreas del saber científico.

A continuación mostraré ejemplos concretos de aplicación de estas materias, lo cual reforzará la necesidad de buscar estrategias didácticas que aseguren el dominio de estos contenidos por parte de los estudiantes.

La radioactividad es un fenómeno que ocurre frecuentemente. La medida de tiempo en la cual la mitad de una cantidad del material radioactivo se desintegra es denominada vida-media o período de semi desintegración ( $p$ ). El valor de la vida-media es siempre constante para un mismo elemento químico radioactivo. Así, a cada período de tiempo  $p$  la cantidad de material radioactivo se reduce a la mitad de la anterior, siendo posible relacionar la cantidad de

material radioactivo a cualquier tiempo con la cantidad inicial por medio de una función del tipo exponencial:  $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{p}}$  en que  $N_0$  es la cantidad es la cantidad inicial del material radioactivo,  $t$  es el tiempo descrito y  $p$  es el valor de la vida-media del material radioactivo considerado. (Luiz R. Dante. 2005. p, 97)

Reparen que la situación anterior está relacionada con el estudio de la función exponencial.

Para el caso de la función logarítmica analicemos la siguiente situación.

Las poblaciones de dos ciudades, A y B, son dadas en millares de habitantes por las funciones  $A(t) = \log_8(1+t)$  e  $B(t) = \log_2(4t+4)$ , en las que la variable  $t$  representa el tiempo en años.

- a) ¿Cuál es la población de cada una de las ciudades en los instantes  $t=1$  y  $t=7$ ?
- b) Después de cierto instante  $t$ , la población de una de esas ciudades es siempre mayor que la de la otra. Determine el valor mínimo de ese instante  $t$  y especifique la ciudad cuya población es mayor desde instante.

Nótese que la situación anterior precisa del trabajo con la función logarítmica.

Los contenidos de los de las funciones exponenciales y logarítmicas forman parte de los programas del 12º año de las escuelas técnicas profesionales y de los 1º años de las universidades angolanas en Cabinda. Como hemos expresado con anterioridad, los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje de estas materias.

Las ideas abordadas revelan la actualidad de mi trabajo de investigación. Por una parte, pretende contribuir a la solución de problemas vigentes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, problemas relacionados con contenidos de mucha importancia por sus numerosas aplicaciones en la solución de problemas de la vida cotidiana.

Por otro lado, la contribución a la solución del problema de mi investigación se realizará por medio de una estrategia didáctica apoyada en un software matemático, lo cual se inserta en una tendencia actual en la búsqueda de

soluciones a problemas presentes en el aprendizaje de las Matemáticas: el uso del software en la enseñanza.

La estrategia didáctica que propondremos precisa de la existencia de condiciones y recursos materiales para poderse instrumentar, como es el caso de maquinas computadoras. Este elemento no constituye impedimento para la aplicación de la estrategia, pues en la actualidad las condiciones mínimas para su implementación están creadas en las escuelas que forman parte de mi objeto de investigación.

Por otro lado, se pretende que la estrategia didáctica se inserte de manera natural dentro de la dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje de estas materias, en el sentido de adecuarse a las exigencias establecidas en los documentos que norman el trabajo con las asignaturas correspondientes.

# **CAPÍTULO I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA**

En este capítulo hace referencia de los fundamentos teóricos que sostienen la tesis, fueron explicados los principales conceptos del enfoque psicológico constructivismo, sus principales percursores, las concepciones epistemológicas en el campo de la educación; por ser parte que sostiene la tesis o sea la estrategia Didáctica para la construcción de los conocimientos de los estudiantes. Por otra parte fue explicado el uso de las nuevas tecnologías en procesos educativos sus principales ventajas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática; posteriormente será explicado las ventajas del software matemático Derive para aprendizaje de contenidos matemáticos en general y en particular los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas.

## **I.1. El enfoque constructivista en el proceso educativo**

El paradigma constructivista, así como los más influyentes en Psicología General, César Coll dice que es uno de los mayor número de las expectativas generadas en la educación y al mismo tiempo, el impacto más que había en la zona.

En resumen, creemos que estas pruebas de acuerdo en dos cosas que queremos destacar: 1) no es exclusividad de las interpretaciones o lecturas de la teoría para su uso posterior en el campo educativo y 2) a pesar de los enormes esfuerzos realizados para estas fechas, hay todavía mucha investigación para hacer (sobre todo en el ámbito de los contenidos de aprendizaje en el aula), que no se ha traducido en efectos esperados del paradigma de la educación.<sup>6</sup>

### **Epistemológico del enfoque constructivismo**

A diferencia de las posiciones empíricas, lo que supone una Piaget un papel activo en el proceso de conocimiento. Supongamos que la información proporcionada por el medio ambiente, es importante pero no suficiente para

---

<sup>6</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

que el sujeto conoce. Por el contrario, de acuerdo con los racionalistas creían que la información proporcionada por los sentidos, está fuertemente condicionada por los marcos conceptuales que guían todos los hechos del proceso de adquisición de conocimientos. Estas tablas no son el producto de la experiencia sensorial (como los empiristas diría), ni son innatos o apriori (como se estipula en algunos racionalistas), sino que son construidos por conocimiento, cuando interactúa con las metas físicas y sociales. El constructivismo de Piaget, a su vez, implica una especie de realismo, ya que el problema no es el único responsable por el proceso de construcción (como sostienen algunas posiciones extremas del constructivismo), pero que el realismo no debe ser confundido con el realismo ingenuo de los empiristas (Ver Castorina, 1989; Vuyk, 1984; apud Hernández Gerardo, 1997)<sup>7</sup>.

La categoría fundamental para explicar la construcción del conocimiento es la acción (física y mental), que es el sujeto del conocimiento del objeto de conocimiento. Al mismo tiempo, el objeto también "actúa" sobre el tema o "respuestas" a sus acciones, la promoción de este cambio en sus representaciones. Así que hay una interacción recíproca entre el sujeto cognoscente y el objeto se convierte en el objeto sujeto a actuar sobre ella, mientras que la transformación de la estructura del objeto y actuar en consecuencia, cambiar su estructura y marcos conceptuales o estructuras de un lado a otro sin parar. El señor sabe más y más el objeto que está más cerca de él (utilizando las herramientas y conocimientos que tiene, se crea una más completa cuando el objeto), pero al mismo tiempo y de acuerdo con el realismo que nos referimos son, el objeto está más lejos del objeto (el objeto "se vuelve" más compleja, lo que plantea nuevos problemas para la materia) y nunca se acaba completamente entendido.

La teoría de Piaget es un constructor activo de conocimiento, que el conocimiento debe tener en cuenta que guía sus acciones en contra del objeto, esto es precisamente la noción de relativismo, que se refiere a los objetos que se conocen en términos de habilidades cognitivas que tienen tanto el sujeto que conoce. En pocas palabras, el sujeto siempre sabe, sobre la base de sus

---

<sup>7</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

pinturas de la asimilación y el este se dice Nonoc que puede ser conocida en un tiempo relativo de desarrollo (Kamii y DeVries, 1983). Asimismo, se desprende de esto y en los párrafos anteriores, nunca hay un nivel de conocimiento que ya no puede aprender más sobre el tema, pero siempre se puede conocer aún más, cualquier nivel de conocimiento en un momento dado es simplemente un estado transición de equilibrio, abierto a mayores niveles de conocimiento (Vuysk, 1984)<sup>8</sup>.

### **Supuestos teóricos del constructivista**

En el marco conceptual de Piaget es siempre de la categoría de acción. El sujeto actúa para cumplir el objeto se encuentra el principio fundamental de toda la interacción recíproca entre sujeto y objeto de conocimiento en el proceso de conocimiento. Sin embargo, hay que señalar de inmediato que estas acciones son más primitivas que los reflejos innatos, son el producto directo de un determinado patrón de organización en el tema. No puede haber ninguna acción (no importa la aproximación al objeto y viceversa) no participa en ninguna organización interna que se origina y lo regula.

Los esquemas son sólo ladrillos en la construcción del intelectual o cognitivo, regulan las interacciones del sujeto con la realidad y, a su vez asimilados a proporcionar un marco a través del cual la nueva información (producto de las interacciones S - se incorpora).

Invariantes funcionales. Según Piaget, hay dos funciones básicas y están involucrados en un proceso constante de desarrollo cognitivo, estos son los procesos de organización y adaptación. Ambos son elementos inseparables y caras de una moneda. El papel de la organización permite al sujeto para mantener el flujo constante de interacción con los medios de comunicación, mientras que la función de adaptación le permite al sujeto para acercarse y lograr un ajuste dinámico con el medio ambiente.

Adaptación, que ha sido definido como un ajuste de tendencia en el medio es también inseparable de dos procesos: la asimilación y la acomodación. El

---

<sup>8</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

proceso de adaptación de los planes que tiene el sujeto de las características del objeto que se conoce como asimilación.

Siempre que hay una relación entre sujeto y objeto, un acto de significación, es decir, interpretar la realidad a través de los esquemas. La asimilación también puede entenderse como el simple hecho de utilizar esquemas tales como las estructuras que la estructura de la información. La asimilación es generalmente asociada con un reordenamiento (marginalmente significativos) los planes como resultado de la interacción con la nueva información.

En base a estos dos procesos, podemos ver que la anguila tema de entrada de información relacionada con experiencia previa (organizada en esquemas) y no es simplemente un proceso de acumulación de información, según lo indicado por los conductistas.

Etapas del desarrollo intelectual. Si asumimos que el desarrollo cognitivo es el resultado del equilibrio progresivo cada vez más amplio y flexible, debemos preguntarnos qué produce tales estados de equilibrio dinámico? De acuerdo con las estructuras cognitivas de Piaget se entienden como formas de compromiso de la organización. En el curso del desarrollo cognitivo de tres etapas que terminan en los estados de equilibrio dinámico.

Estas etapas son cortas en el tiempo, lo que ocurre en la génesis, desarrollo y consolidación de ciertas estructuras mentales. Piaget son las tres etapas de desarrollo intelectual, es decir, la etapa, sensorio-motor, la etapa de operaciones concretas y estadio de las operaciones formales.

Aquí se presenta una descripción simplificada de las principales características de cada etapa del desarrollo cognitivo según Piaget (se recomienda el texto para una explicación más detallada e introducción a la vez, los textos de Labinowicz, 1982 y Piaget e Inhelder, 1974)<sup>9</sup>.

### **Etapas sensoria motora**

Durante esta fase el estudiante construye su primer esquemas sensorio-motor y no es la formación de la estructura cognitiva en primer lugar: un viaje en grupo práctico. Después de la etapa, el estudiante es capaz de alcanzar sus

---

<sup>9</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

primeros actos en el intelectual del espacio-tiempo práctico (el aquí y ahora) y es la primera conductas que presagian el acto de simbolizar (imitación diferida). Un logro importante es el estudiante adquiere la capacidad de representar el mundo como un lugar donde los objetos desaparecen, aunque siguen siendo un momento (la conservación del objeto). Si no se proporciona un espacio de práctica y tiempo.

### **Etapas de las operaciones concretas.**

Este período se puede dividir en dos subestadio de las operaciones de pensamiento pre operacional. Y la consolidación de la sub-fase de las operaciones concretas.

Subetapa antes de la operación. En esta subetapa, y los estudiantes son capaces de utilizar sistemas de representación, con lo que los comportamientos semióticos, como juegos de lenguaje, simbólico y lo imaginario. Prejuicios uso (conceptos no) y su razonamiento se basa en una lógica de un país no reversible. Su orientación es problemas cualitativos. Se dice que el pensamiento de estos estudiantes son egocéntricos en que el niño no puede, simultáneamente, tener en cuenta sus puntos de vista y la vista de los demás. Es a la vez pre-cooperativas y su moral es heterónoma (se guía por la autoridad de los demás o es incapaz de comprender, establecer o modificar las reglas de los juegos cooperativos).

Operaciones subetapa de hormigón. Los estudiantes de subetapa desarrollar sus esquemas operativos que son reversibles en la naturaleza (trabajo en dos direcciones a la vez) y que las estructuras de esta época: los grupos. Los niños son capaces de razonar con conceptos y tareas relacionados con las nociones de conservación (en situaciones en las que se conserva una dimensión física, aunque al parecer no, teniendo en cuenta ciertos cambios físicos o correcciones) a razón de un cambio y se guían por las apariencias perceptivas como el subperíodo antes. Su pensamiento es reversible, pero concreta (que se adjunta a las situaciones físicas). Son capaces de clasificar, seriar y entender la noción de número.

Su guía a los problemas es principalmente cuantitativo. Ellos son capaces de establecer relaciones de cooperación y teniendo en cuenta las opiniones de los

demás. Su estado de ánimo se vuelve menos heterónimo como era antes de la construcción comenzó una moral autónoma.

Etapa de las operaciones formales. Durante esta subetapa, el adolescente construye ahora sus sistemas operativos formales y de hecho es la génesis y consolidación de la estructura que caracteriza el paso sub-: el grupo o el grupo de reversibilidad INRC doble. El pensamiento del niño se convierte en un razonamiento más abstracto sobre el grado de proposiciones verbales, sin hacer referencia a situaciones específicas (la realidad es un subconjunto de lo posible). Su pensamiento se vuelve deductiva a diferencia del niño en la fase anterior fue sub-inductivo.

La secuencia de pasos es constante (no se puede pasar de la etapa sensoriomotora de las operaciones formales) y las estructuras que se van integrados en tanto no tienen precedentes, se incorporan como estructura subordinada.

### **Tipos de conocimiento.**

Piaget son tres tipos de conocimiento que un individuo puede poseer. Estos son los tipos de conocimiento: el conocimiento físico, lógico-matemática y el desarrollo social. El conocimiento físico es el que pertenece a los objetos del mundo físico, se refiere básicamente a los conocimientos incorporados por la abstracción empírica, que es sobre los objetos. Kamii y DeVries (1983)<sup>10</sup> dice que la fuente de este conocimiento está en los objetos (un objeto VGR. Dureza, peso, rugosidad, que produce el sonido, sabor, tamaño, etc). Conocimiento lógico-matemático es un conocimiento que no existe por sí mismo, de hecho (los objetos). La fuente de conocimiento lógico-matemático es el tema y se construye a partir de la abstracción reflexiva. De hecho, este tipo de conocimiento se deriva de la coordinación de las acciones realizadas por el sujeto con los objetos. El ejemplo más típico es el número, si hay tres objetos que tenemos ante nosotros en todas partes vemos a los "tres", esto es más bien un producto de una abstracción de la coordinación de las acciones del sujeto que ha hecho cuando se ha enfrentado a situaciones en las que tres objetos. El conocimiento social se puede dividir en convencionales y no

---

<sup>10</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

convencionales. El consenso social convencional es el producto de un grupo social y la fuente de este conocimiento es a los otros (amigos, padres, profesores, etc).

Los tres tipos de interacción del conocimiento y el conocimiento de acuerdo a la lógica-matemática de Piaget (los marcos del sistema cognitivo: estructuras y esquemas) juega un papel importante, sin ella, las habilidades físicas y sociales no pueden incorporar o asimilar. Conocimiento lógico-matemático no puede ser enseñado.

### **Prescripciones metodológica.**

Los métodos que utiliza la epistemología genética para resolver el problema del conocimiento científico son tres: el método histórico-crítico de análisis y formalización psicógena. Los dos primeros ya se han propuesto y usado por los filósofos y epistemólogos Piaget antes, pero no el último es propuesto por Piaget. Los tres métodos de acuerdo con las autoridades de Ginebra deben unir sus fuerzas coordinó el desarrollo de una epistemología (Coll y Gillen, 1985; Vuyk 1984)<sup>11</sup>.

El método histórico-crítico es utilizado para cuestionar y analizar el pensamiento colectivo de un determinado período histórico. Es decir, por ejemplo, explorar el desarrollo histórico de los conceptos relacionados con el conocimiento físico (espacio, causalidad, tiempo) y la lógico-matemática (geometría es decir, número, etc) En la historia del hombre y el espacio.

Formalizar el método de análisis, reflexión y análisis es la lógica del conocimiento con la intención de lograr una axiomatización completa o parcial (Palop, 1981).

El método psicogenética, utilizado en la investigación de la génesis de las ideas o del conocimiento (matemáticas, física y social) en el contexto del desarrollo ontogénico. Método psicogenético, no es más que el uso de la psicología como método para resolver los problemas epistemológicos. Método psicogenético dirigido tanto al desarrollo de la teoría del desarrollo intelectual más conocido.

---

<sup>11</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

Método clínico crítico, es la realización de una entrevista o interrogatorio flexible, el examinador se aplica individualmente a la persona examinada, materiales reforzados con hormigón, que representan un problema o tarea a la segunda. La entrevista se guía por una serie de suposiciones hechas por el entrevistador en las directivas anticipadas, con la intención de profundidad en las respuestas y los argumentos de los niños en un cierto sentido físico, lógico-matemático, social o escolar. Después de la aplicación de la entrevista, debe realizar un análisis cualitativo de las respuestas, sobre la base de un modelo de interpretación (que en realidad es el autor de los supuestos que orientan las normas sobre interrogatorios) y el gen estructural. Hay una continua interacción entre el examinador y examinado, pero el examinador debe evitar sugerir respuestas situación o cualquier otra, no deje que refleje adecuadamente la lógica del pensamiento del estudiante.

### **Concepción de la enseñanza.**

El concepto de la enseñanza, para Piaget, hay dos cuestiones adicionales que requieren atención: la actividad espontánea de los niños y la enseñanza indirecta.

En primer lugar, considera constructivista como íntimamente ligada a la escuela regularmente activo en la educación, desarrollado por educadores tan notables como Decroly, Montessori, Dewey y Ferriere. Sin embargo, según Marro (1983), aunque sin duda hay similitudes, también existen diferencias entre las rutas propuestas y psicología de la educación y piagetiana constructivista. Piaget señaló compromete a utilizar los métodos activos (como los antiguos maestros), centrándose en la actividad y el interés de los niños. Sin embargo, Piaget (1976) señala que este enfoque, sin los apoyos de una psicogenética teóricos y empíricos, no garantiza una adecuada comprensión de las actividades espontáneas de los niños o sus intereses conceptuales. Esta es la gran contribución de la psicología genética a la educación basada en métodos activos, ya que aclara el profesor (vgr. con el conocimiento de las etapas del desarrollo cognitivo, el conocimiento de cómo los niños aprenden el significado

de las actividades por iniciativa propia, el tipos de conocimiento, etc.) la forma de operar para el beneficio de los estudiantes<sup>12</sup>.

El profesor no enseña (o al menos tratar de no hacer y sólo puede hacerlo después de que los estudiantes han tratado de aprender por sí mismos), sino para crear situaciones en las que los alumnos construyen el conocimiento (lógico-matemática) o de la visión (física) y naturales espontáneamente como resultado de su propio desarrollo cognitivo (Labinowicz, 1982).

De acuerdo con la posición de Tomas Tadeu Da Silva, que es contra la "moda del Constructivismo", el Constructivismo "aparece como una teoría educacional progresista, satisfaciendo por tanto aquellos criterios políticos exigidos por personas que, en general, se clasifican como de "izquierda". De otro lado, el Constructivismo suministra una dirección relativamente clara para la práctica pedagógica, allende tener como base una teoría de aprendizaje y del desarrollo humano con fuerte prestigio científico."

Para que un ambiente de enseñanza sea constructivista es fundamental que el maestro conciba el conocimiento bajo el óptico levantado por Piaget, o sea que todo y cualquier desarrollo cognoscitivo solo será efectivo si es basado en una interacción muy fuerte entre el sujeto y el objeto. Es imprescindible que se comprenda que sin una actitud del objeto que perturbe las estructuras del sujeto, éste no intentará acomodarse a la situación, creando una futura asimilación del objeto, dando origen a las sucesivas adaptaciones del sujeto a medio, con el constante desarrollo de su cognitivismo, según discutido anteriormente.

De esta forma, a pesar de creer ser perfectamente posible la utilización de un "ambiente empirista" por un maestro que no vea el alumno como "tabula rasa" para el desarrollo de un conocimiento, en la forma como Piaget teorizó, existen algunos presupuestos básicos de su teoría que deben ser llevados en cuenta, si deseamos crear un "ambiente constructivista".

La primera de las exigencias es que el ambiente permita, y hasta obligue, una interacción muy grande del aprendiz con el objeto de estudio. Esta interacción, sin embargo, no significa apenas achucharlo de teclas o escogerlo entre

---

<sup>12</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

opciones de navegación, la interacción debe pasar además disto integrando el objeto de estudio a la realidad del sujeto, adentro de sus condiciones, de forma a estimularlo y desafiarlo, pero al mismo tiempo permitiendo que las nuevas situaciones creadas puedan ser adaptadas a las estructuras cognoscitivas existentes, propiciando su desarrollo. La interacción debe abarcar, no solo el universo alumno - computadora, pero, preferencialmente, también el alumno - alumno y alumno - maestro a través o no de la computadora.

### **Metas y objetivos de la educación.**

La educación debe fomentar y mejorar el desarrollo cognitivo de los estudiantes, promover la autonomía moral e intelectual. Piaget dice lo siguiente sobre el problema de los objetivos educativos:

"El principal objetivo de la educación es crear hombres que sean capaces de hacer cosas nuevas, no simplemente repetir lo que otras generaciones han hecho, los hombres que sean creativos, inventivos y descubridores. El segundo objetivo de la educación es formar mentes que se puede criticar que se puede comprobar y no aceptar todo lo que ofrecen "(Piaget, 1964 cit. por Kamii, 1982). En este sentido, este último es racional, sino también la autonomía moral e intelectual de los estudiantes.

Según Kamii (1982) los objetivos establecidos para la educación en la autonomía moral e intelectual, tiene una base científica en la obra de Piaget. La teoría de Piaget (Piaget y Heller, 1968; Piaget, 1985) mostraron que los individuos tienden de forma natural para aumentar su autonomía. De acuerdo con estos estudios, la autonomía moral e intelectual se construye con el desarrollo, pero puede ser bloqueado o tiene un desarrollo, pero puede ser bloqueado o tiene un desarrollo parcial de algunas escuelas y las circunstancias culturales (normas de la educación). La autonomía moral e intelectual, se desarrollarán si se crea un ambiente de respeto mutuo (en especial en relación adulto-niño) se llama explotaría evitar sanciones (castigo) y hacer espacio para los niños a interactuar e intercambiar ideas con los demás y si le damos la oportunidad de a los niños a desarrollar sus propias ideas, pensamientos y actitudes morales.

### **Concepción del estudiante.**

El estudiante es visto como un constructor activo de su propio conocimiento. Para piagetianos el estudiante debe actuar siempre en el clase. En particular, se considera que el tipo de actividades deben ser alentados en el tipo de estudiantes por iniciativa propia (libre emergentes del estudiante), que en la mayoría de los casos pueden ser tan auto estructurante (produzcan consecuencias en la estructuración de sus esquemas y estructuras en el corto o largo plazo).

Según Kamii (1982) de la acción para que el alumno aprenda los diferentes tipos de conocimiento (físico, lógico-matemático y social). Pero hay que distinguir cada uno de ellos (cuando se desea enseñar) y luego usar diferentes estrategias. Los estudiantes deben ser alentados a entender los fenómenos físicos (descubrir), lógico-matemática (la reconstrucción) y convencionales social (aprendizaje) y no convencionales (adecuada y / o reconstruir) su propia cuenta. Además, el alumno siempre debe ser visto como un sujeto tiene un cierto nivel de desarrollo cognitivo. Como un aprendiz que tiene un determinado cuerpo de conocimientos (estructuras y esquemas: competencia cognitiva), que determinan sus acciones y actitudes. Por lo tanto, usted debe saber que los períodos de desarrollo intelectual son los alumnos y dispone de esta información tan básica, pero no lo suficiente para programa de estudios actividades. No todo se puede enseñar a todos los niños, hay algunas diferencias estructurales que hacen que la enseñanza difícil, pero debemos tener cuidado de no ser pesimista estructuralista y dejar todo en las etapas posteriores del desarrollo (Duckworth, 1989; Marro, 1983)<sup>13</sup>.

También debe ayudar a ganar confianza para desarrollar sus propias ideas y permitirse explorar (Duckworth, 1989), tomar sus propias decisiones (Kamii, 1982) y aceptar sus errores y constructivo (como los elementos anteriores o intermedias están en la misma "clase" de respuestas correctas).

Los beneficios de la construcción y descubrimiento de conocimiento son múltiples: el aprendizaje se logra realmente significativo, si el aprendizaje se construye por sí mismos, hay una alta posibilidad de que se pueden transferir o generalizar a otras situaciones (no así con el conocimiento que que fueron

---

<sup>13</sup> [www.comenio.files.wordpress.com](http://www.comenio.files.wordpress.com)

incorporados sólo en el sentido literal) y estudiantes de la evolución de la construcción o el turismo, lo que hace que se sientan capaces de producir conocimientos valiosos (Kamii, 1982; Kamii y DeVries, 1985; Moreno, 1982, Duckworth, 1989).

**Sala de clase tradicional y sala de clase constructivista.**

El cuadro abajo hace una comparación entre una sala de clase tradicional y una sala de clase según el enfoque constructivista

Cuadro 1 - Características de las Salas de Clase Tradicional X Constructivista

Sala de clase Tradicional	Sala de clase Constructivista
El currículo es presentado de las partes para el todo, con énfasis en las habilidades básicas	El currículo es presentado del todo para las partes, con énfasis en los conceptos generales
El seguimiento riguroso del currículo preestablecido es altamente valorado	Busca por las cuestiones levantadas por los alumnos es altamente valorada
Las actividades curriculares se basan fundamentalmente en libros texto y de ejercicios.	Las actividades se basan en fuentes primarias de datos y materiales manejables.
Los estudiantes son vistos como "tabulas rasas" sobre las cuales la información es impresa	Los estudiantes son vistos como pensadores con teorías emergentes sobre el mundo
Los maestros generalmente se comportan de una manera didácticamente adecuada, diseminando informaciones a los estudiantes [ "Un sabio sobre la escena"]	Los maestros generalmente se comportan de manera interactiva, mediante el ambiente para estudiantes. ["Un guía al lado"]
El maestro busca las respuestas correctas para validar el aprendizaje	El maestro busca los puntos de vista de los estudiantes para entender sus conceptos presentes para uso en las lecciones subsiguientes

Evaluación del aprendizaje es vista como despegada de la enseñanza y ocurre, casi que totalmente, a través de testes	Evaluación del aprendizaje está interligado a la enseñanza y ocurre a través de la observación del maestro sobre el trabajo de los estudiantes
Estudiantes trabajan fundamentalmente solos	Estudiantes trabajan fundamentalmente en grupos

### **Concepción del profesor.**

De acuerdo con el enfoque psicogénico el maestro es un promotor del desarrollo y la autonomía de los estudiantes. Se debe conocer a fondo los problemas y las características del aprendizaje y las etapas de las operaciones y las etapas generales del desarrollo cognitivo. Su función es promover un ambiente de respeto, la reciprocidad y la confianza en sí mismo para el niño, proporcionando una oportunidad de aprendizaje auto-estructurante de los estudiantes, principalmente a través de la "enseñanza indirecta" enfoque y los problemas cognitivos y de los conflictos.

El maestro debe reducir su nivel de autoridad tanto como sea posible, para que los estudiantes no se sienten obligados a lo que dice cuando se trate de aprender o conocer algún contenido escolar y no fomentar la dependencia y la heteronimia moral e intelectual. En este sentido, el profesor debe respetar los errores (que siempre tienen algo de la respuesta correcta) y estrategias de conocimiento de los propios niños y no requieren simple cuestión de que la "respuesta correcta". Usted debe evitar el uso de premios y castigos (multas expiatorias) y alentar a los niños a construir sus propios valores morales en esas ocasiones y sólo cuando sea necesario utilizar más de lo que Piaget llama las sanciones por reciprocidad, siempre en un contexto de respeto mutuo. De acuerdo con los escritos de Piaget (1985) hay dos tipos de sanciones: las sanciones expiatorias y las sanciones por reciprocidad. Las sanciones por el pecado son aquellos en los que no hay conexión lógica entre la acción que se sanciona y la sanción, es decir, la conexión es arbitraria e impuesta por una figura de autoridad. Estas sanciones son, obviamente, relacionados con el

desarrollo de una moral heterónoma en los niños. En cambio, el SANCINI por la reciprocidad, son aquellas que están directamente relacionados con el acto de castigo y su efecto es ayudar a construir las reglas de conducta a través de la coordinación de puntos de vista (si esta coordinación es la fuente de la autonomía moral e intelectual). Las sanciones de este tipo se basan en la "regla de oro" (No hagas a otros lo que no habrías dejado de hacer) y se debe utilizar sólo en casos necesarios y siempre en un ambiente de respeto mutuo entre profesor y alumno.

BROOKS y BROOKS (apud NCREL, 1995) presentan una lista de los principios que deben guiar el trabajo de un maestro constructivista:

- ✓ encorajan y aceptan la autonomía e iniciativa de los estudiantes;
- ✓ usan datos básicos y fuentes primarias juntamente con materiales manipulativos, interactivos y físicos;
- ✓ usan la terminología "clasificar", "analizar", "predecir" y "crear" cuando estructuran las tareas;
- ✓ permiten que los estudiantes conduzcan las clases, alteren estrategias instruccionales y contenido;
- ✓ cuestionan sobre la comprensión del estudiante antes de dividir sus propios conceptos sobre lo tema;
- ✓ encorajan los estudiantes a dialogar con el maestro y entre sí;
- ✓ alientan los estudiantes a resolver problemas abiertos y pregunten unos a los otros;
- ✓ estimula que los estudiantes asumen responsabilidades;
- ✓ envuelven los estudiantes en experiencias que pueden envolver contradicciones a las hipótesis inicialmente establecidas y estimulan la discusión;
- ✓ proporcionan un tiempo de espera después de establecer las cuestiones;
- ✓ proporcionan tiempo para que los estudiantes construyan relaciones y metáforas;

- ✓ mantiene la curiosidad del alumno a través del uso frecuente del modelo de ciclo de aprendizaje.

Finalmente, respecto a la formación de los docentes es también importante ser consistente con la posición constructivista, es decir, permitiendo que el profesor llegue a asumir nuevas funciones y considerar los cambios en sus prácticas (la interacción de la educación con los estudiantes, etc.) Convicción la auto-construcción (no sólo información sobre los beneficios de esta nueva forma de enseñanza, aunque el fondo no creen en ellos...) después de la finalización de las experiencias concretas e incluso ofrecer oportunidades de enseñanza y el currículo se enriquece con ver a su propia creatividad y vida de las personas.

## **I.2. El uso de las tecnologías de información en procesos educativos**

En la década de cincuenta del siglo pasado, la computadora fue utilizado por la primera vez en la área de Educación. En tanto debido al tamaño y las dificultades operacionales, este equipo no era empleado para fines pedagógicos. Al final de los años setenta fueron construidos primeras microcomputadoras, cuando solo entonces su uso fue viable en la sala de clases. Esa reducción del tamaño de la computadora favoreció el surgimiento de ambientes informatizados que son locales constituidos por una red computadoras y otros equipos y que todas las actividades crecidas estén organizadas de forma que las informaciones posean una secuencia lógica y racional en la ejecución de las operaciones propuestas.

La sociedad de la información, o sociedad informacional, según Castells, se relaciona con las actuales características del capitalismo, iniciadas con su avance después la Segunda Guerra Mundial. Tal proceso tuvo expansión desde la década de 1970, con el desarrollo de las tecnologías de la electrónica, que fueron responsables por el surgimiento de la microelectrónica y del microprocesador y sumadas a estas tecnologías, ocurrió el avance de las telecomunicaciones. Así, las llamadas a Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) pasan, desde década de 1980, a ser incorporadas por el capitalismo que se modifica también en función de esta relación.

El mundo de las nuevas tecnologías de comunicación es caracterizado por atributos como interactividad, multiplicidad, conectividad, plasmados en la

velocidad de la información y en la rastro de la globalización que resultan en un nuevo arreglo social - la sociedad de la información.

Las computadoras deben ser utilizadas y encaradas como otra cualquier herramienta de estudio tal como una regla, un lápiz o un cuaderno. Usados de forma adecuada y eficiente, éstos medios tecnológicos pueden modificar la forma como los estudiantes aprenden y son enseñados. La utilización de la computadora y de las TIC en la enseñanza de Matemáticas es una recomendación expresa de los programas de Matemáticas.

En la educación esta racionalidad viene se constituyendo a los pocos. Sin embargo en la sala de clases, las aplicaciones y el desarrollos de esas actividades, pedagógicas en este ambiente aún están caminando lentamente, quizá por el facto de la mayoría de los maestros hacer oposición el cambio del proceso pedagógico principalmente en la utilización de los equipos tecnológicos y aquello que es central en este sector que es la enseñanza y aprendizaje. Se destacan algunos factores que esto en la base de esa resistencia:

Poca familiaridad con estos equipos;

Falta de entrenamiento, y pocas computadoras en las salas de informática;

El número elevado de alumnos por sala de clase, no es apropiado para trabajar en ambientes informatizados y otros.

La inserción de esta tecnologías en las actividades académicas proporcionó inúmeros comentarios y cuestionamientos, pues alardeaban que sus aplicaciones eran casi infinitas y hasta mismo visualizaban la computadora como sustituto del maestro independientemente de la base epistemológica inserida.

Es necesario resaltar que la computadora no resolverá todos los problemas presentados en el aprendizaje, todavía es más un recurso a ser integrado al sistema educacional y principalmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Según Hebenstreint (1987) citado por Graviva, dice que la computadora permite crear un nuevo tipo de objeto - los objetos concretos y abstractos;

abstractos por si traten de la computadora y pueden ser manejado; abstractos por si traten de realizaciones hechas desde construcciones mentales.

La utilización de la tecnología auxiliará los maestros como herramienta pedagógica aplicada en sala de clase y necesita grandes inversiones financieras en un esfuerzo constante de todos los involucrados, teniendo como objetivo principal ayudar efectivamente en el proceso de conocimiento del alumno.

La Matemática es una asignación casi que ligado a insucesos por parte de los alumnos. En el sentido de combatir este insuceso, nuevos métodos, más centrados en los alumnos, han sido desarrollados e implementados en el proceso enseñanza - aprendizaje de la disciplina para intentar contrariar esta situación.

Los maestros valorando aprendizajes significativos llevan los alumnos a descubrir sus conocimientos, a resolver problemas, a “levantar” hipótesis, a validarlas,..... Teniendo una relación ya antigua con la tecnología, con el apareamiento de las computadoras este trabajo se volvió facilitado.

La computadora, por sus potencialidades a nivel de cálculo, visualización, modelación y generación de micro mundos, es el instrumento más poderoso de que actualmente disponen los educadores matemáticos para proporcionar este tipo de experiencias a sus alumnos (Ponte, 1986).

¿Lo qué traen las computadoras para la enseñanza de la matemática? Ponte (2000), define cinco aspectos relevantes en la utilización de lo computar en la enseñanza de Matemáticas:

1. Una relativización de la importancia de las capacidades de cálculo y de simple manipulación simbólica, que pueden ser realizadas ahora mucho más rápida y eficientemente;
2. Un refuerzo del papel del lenguaje gráfico y de nuevas formas de representación, permitiendo nuevas estrategias de abordaje de los más variados problemas;
3. Una atención redoblada a las capacidades intelectuales de orden más elevado, que se sitúan más allá del cálculo y de la simple comprensión de conceptos y relaciones matemáticas;

4. Un creciendo del interés por la realización de proyectos y actividades de modelación, investigación y exploración por los alumnos, como parte fundamental de su experiencia matemática;
5. Una demostración práctica de la posibilidad de envolver los alumnos en actividades matemáticas y significativas, favoreciendo el desarrollo de actitudes positivas con relación a la Matemática y una visión mucho más completa de su verdadera naturaleza.

Sin embargo su utilización no ha sido fácil ni siquiera pacífica. “La integración de la tecnología en la escuela y en la disciplina de Matemáticas es un de los mayores desafíos de la educación actual. (...) la capacidad de la escuela y de la Matemática contestar a los desafíos de la actualidad y del porvenir es medida por la eficacia con que la tecnología es integrada en los currículos escolares” (Silva, 2003: 2).

En el epígrafe a continuación hace referencia de un software muy potente para la enseñanza de Matemáticas, el mismo fue usado para el tratamiento de las funciones exponenciales y logarítmicas que esta tesis hace mención

### **I.3. El Derive como medio de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas**

Entre las diferentes opciones que disponíamos de asistente matemáticos:

MATHEMATICA, MATLAB, MICROFT MATH, DERIVE. He elegido el programa DERIVE por tener las siguientes cualidades: Puede funcionar en cualquier ordenador, sin necesidad de otros programas. Se puede transportar y ejecutar en un solo disquete. Es muy fácil de utilizar por el alumnado. Es capaz de realizar todos aquellos cálculos que necesitamos así como las representaciones gráficas.

Los software posibilitan, allende una mejor visualización gráfica la presentación de tópicos avanzados y de sus muchas aplicaciones prácticas. Esta grande herramienta matemática permite al alumno una imagen clara de los procesos y potencialidad del cálculo algébrico.

La presencia de recursos de informática en los ambientes computacionales y de enseñanza ha llamado la atención de los profesores y alumnos para el potencial didáctico de su utilización en la sala de clase. El programa propone motivar la enseñanza, así como ampliar los horizontes de las metodologías de

enseñanza, éstos deben ser reconocidos y aprovechados tanto para profesores como para alumnos, para tener resultados eficientes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El DERIVE es un viejo programa de la computación elaborado en Hawaii, E.U.A., sucesor de un programa más antiguo, que data al final de los años 80, llamado MUMATH.

El Derive es un poderoso sistema para hacer matemática simbólica y numérica de la computadora, procesa variables algebraicas, expresiones, ecuaciones, funciones, vectores, matrices y expresiones booleanas. Más allá de eso, tiene un entorno de trabajo muy simple, ya que permite ejecutar los comandos veía menús o a través de la edición de comandos de fácil manipulación y con una sintaxis análoga a la utilizada en el lenguaje matemática. El aprendizaje del programa es fácil, no ofrece una complejidad excesiva. Así, en un corto espacio de tiempo se puede aprender a utilizar los elementos básicos del programa, sin necesidad de invertir muchas horas en la lectura del manual.

Tanto la investigación educativa como la experiencia pedagógica confirman el potencial que tiene el uso apropiado de los paquetes de programas de cómputo, para mejorar la calidad del aprendizaje de las matemáticas. También se ha comprobado que la incorporación de estos recursos en los procesos pedagógicos de las matemáticas, todavía no alcanza la celeridad que se necesita.

Azpiazú y Seide (2009) consideran que el aprovechamiento de las potencialidades de un software está marcado por los diferentes niveles de dominio del mismo, que el sujeto del aprendizaje logre. De ser así; quedarían justificadas las acciones docentes con el propósito de que los estudiantes dominen los modos para utilizar el Derive, al menos en un nivel elemental. El Derive es uno de los software declarados en los programas para la educación matemática en diferentes carreras.

Campillo y Devesa ha afirmado que la utilización del asistente matemático es semejante a la utilización que hacemos de una calculadora para resolver un problema geométrico. El problema ha de ser resuelto por el alumno, que debe

de conocer todos los pasos a realizar, y solamente los cálculos “farragosos” son dejados a la calculadora, en nuestro caso al asistente matemático<sup>14</sup>.

Hay un gran número de trabajos que comprueban la eficacia de software matemática Derive mostrado por: Campillo y Devesa (s/a), Azpiazú y Seide (2009), Tando y Tati (2010), Salgado (2002), Lugo (s/a), Sosa (2003),

Se evaluaron varios productos informáticos en dependencia de los objetivos de cada actividad que ocurre en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Con todo teniendo en cuenta las ventajas que ofrece el software matemático Derive para el trabajo con funciones referentes la Matemática, se decidió realizar la estrategia Didáctica para las funciones exponenciales y logarítmicas, tomando como base el mismo, no se excluye la posibilidad de utilizar otros software matemáticos como complemento de este trabajo. La estrategia fue elaborada para trabajar con las versiones 5.02, 5.06 o 6.1 o aún 7.01 en español, no obstante permitir trabajar con las tales versiones pero con idioma portugués, inglés, francés, alemán. De igual modo se puede trabajar las versiones posteriores que se van surgiendo porque conserva la peculiaridad del trabajo.

Una peculiaridad fundamental de la estrategia es que se concibe el aprendizaje simultáneo del trabajo con lo Derive con el de las funciones en particular las exponenciales y logarítmicas, teniendo en cuenta que las opciones para trabajar con el software matemático resultan de fácil manejo.

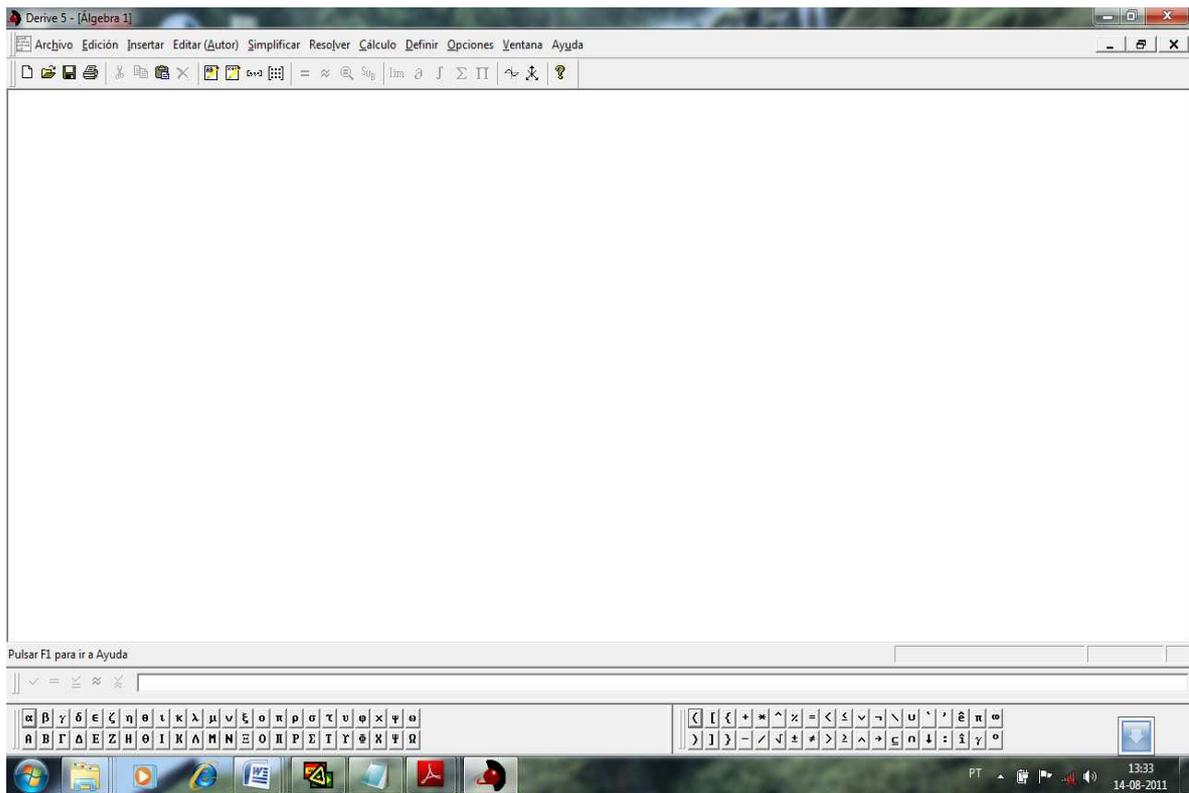
Con el objetivo de facilitar el trabajo docente-educativo con el software Derive se insertan en este trabajo el uso de este.

Para ejecutar el programa debemos seleccionar **Derive 5**. La primera vez que se ejecuta el programa aparece la ventana como se muestra en la f

---

<sup>14</sup> [www.ejercicioscasosdefactorizacion.blogspot.com](http://www.ejercicioscasosdefactorizacion.blogspot.com)

Figura nº 1- Ventana principal del Derive



Es una ventana típica de una aplicación Windows, consta de los siguientes elementos: barra de título, barra de menús, barra de herramientas, hoja de trabajo, barra de fórmulas y tabla de símbolos.

En la primera línea aparece la **barra de título** con el nombre de la ventana (Ventana Algebra) y los botones de minimizar, maximizar y cerrar. En la segunda línea está la **barra de menús** con los once menús que luego comentaremos. La tercera línea es la **barra de herramientas** donde, mediante botones con iconos, se representan algunas de las operaciones más utilizadas. Si pasamos el puntero del ratón por cualquiera de ellos, aparecerá en la pantalla un texto indicando la función que se activaría. Después de la barra de herramientas aparece la **hoja de trabajo**, donde se muestran las operaciones

que se realizan, y por último aparecen la **barra de fórmulas** y la **tabla de símbolos**. En la primera se añade y modifica información, en tanto la segunda contiene los símbolos y operadores -en la parte izquierda y derecha de la ventana respectivamente- de uso más frecuente en el trabajo matemático.

A continuación se le ofrece un resumen de lo que se puede encontrar en la **barra de menús**:

**Archivo:** mediante este menú se pueden abrir, crear o grabar los diferentes ficheros que **Derive** emplea. Igualmente, es posible controlar las tareas de impresión.

**Edición:** permite editar y borrar objetos y anotaciones en la hoja de trabajo activa; además de cortar, copiar y pegar objetos e imágenes.

**Insertar:** las órdenes de Insertar sirven, como su nombre indica, para insertar nuevos objetos en la hoja de trabajo activa.

**Editar:** las órdenes que corresponden a Editar (Autor) sirven para añadir expresiones matemáticas nuevas en la hoja de trabajo activa.

**Simplificar:** use alguna de las modalidades de Simplificar para simplificar, expandir, factorizar, aproximar o sustituir en expresiones.

**Resolver:** utilice Resolver para resolver ecuaciones o relaciones, algebraica o numéricamente.

**Cálculo:** se utilice las órdenes del menú Cálculo para hallar límites, derivadas, integrales, sumatorios (sumas), productorios (productos) y polinomios de Taylor. También permite la generación de vectores.

**Definir:** utilice las órdenes de Definir para definir dominios de variables, definir funciones, seleccionar transformaciones, establecer la precisión, etc. Esas órdenes generan sentencias de asignaciones en la ventana de Álgebra.

**Opciones:** opciones agrupa las órdenes que permiten controlar diversos aspectos del sistema.

**Ventana:** use las órdenes de Ventana para reordenar las ventanas abiertas, para abrir nuevas ventanas y para controlar la aparición de las barras de estado

y de herramientas.

**Ayuda:** use la orden Ayuda o pulse F1 para obtener ayuda acerca de Derive.

Para salir del programa se selecciona la opción **Archivo - Salir** o se pulsa el botón de la esquina superior derecha de la ventana (botón ×).

## **Conclusiones del capítulo I**

El paradigma constructivista, así como los más influyentes en Psicología General, César Coll dice que es uno de los mayor número de las expectativas generadas en la educación y al mismo tiempo, el impacto más que había en la zona.

Los orígenes del paradigma constructivista, en la tercera década de este siglo, con los primeros trabajos de Jean Piaget sobre el pensamiento verbal y lógico de los niños. Estos documentos fueron elaborados, de las preocupaciones epistemológicas que las autoridades suizas habían dicho desde su juventud.

Según el enfoque del constructivismo, el alumno debe construir lo si propio conocimiento con base la orientación del maestro.

La educación debe fomentar y mejorar el desarrollo cognoscitivo, promover autonomía moral e intelectual.

Los nuevos paradigmas para la educación consideran que los alumnos deben ser listos para convivir en una sociedad en constantes cambios, así como deben ser los constructores de su conocimiento y, por tanto, ser sujetos activos de este proceso donde la "intuición" y la "descubierta" sano elementos privilegiados de esta construcción. En este nuevo modelo educacional, los maestros dejan de ser los entregadores principales de la información, pasando a actuar como facilitadores del proceso de aprendizaje, donde lo aprender a aprender es privilegiado en detrimento de la memorización de hechos.

La resolución de problemas que debe estar en el centro del proceso de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática gana nuevas dimensiones con la utilización de las computadoras.

El software matemático Derive fue comprobado desde trabajos de diverso autores diseminados en casi todo el mundo, por ser un paquete muy fácil de usar y muy potente en sus funcionalidades.

## **CAPÍTULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS Y PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS, DESDE EL SOFTWARE MATEMÁTICO "DERIVE".**

En este capítulo contiene el principal aporte de la tesis: una estrategia didáctica para el aprendizaje de los conceptos y propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas; la cual se elabora partiendo de una concepción teórica sobre las estrategias didácticas y sus características.

### **II.1. Concepto de estrategia didáctica y sus características**

De un modo general, el uso del término “estrategias de enseñanza” se refiere a medios utilizados por los docentes en la articulación del proceso de enseñanza, de acuerdo con cada actividad y los resultados esperados. Anastasiou y Alves (2004, P. 71) advierten que: las estrategias visan a la consecución de objetivos, por tanto, hay que tener claridad sobre adonde se pretende llegar a aquel momento con el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por eso, los objetivos que nortean deben estar claros para los sujetos envueltos – maestros y alumnos – y estar presentes en el contrato didáctico, registrado en el Programa de Aprendizaje correspondiente al módulo, fase, curso, etc...

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, varios son los factores que interfieren en los resultados esperados: las condiciones estructurales de la institución de enseñanza, las condiciones de trabajo de los docentes, las condiciones sociales de los alumnos, los recursos disponibles. Otro factor es lo de que las estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes, deben ser capaz de sensibilizar (motivar) y de envolver los alumnos al oficio del aprendizaje, dejando claro el papel que le cabe. (Sady Mazzioni, 2006)

La habilidad del maestro en identificar esas diferencias y escoger el proceso de enseñanza y aprendizaje que mejor se adapte las características de los alumnos con quienes trabaja y que considere las características de los contenidos en discusión, podrá hacerlo más exitoso en su oficio de educar. El uso de formas y procedimientos de enseñanza debe considerar que el modo por el cual el alumno aprende no es un acto aislado, escogido al azar, sin

análisis de los contenidos trabajados, sin considerar las habilidades necesarias para la ejecución y los objetivos a ser alcanzados.

Días y otros (2002), definen las estrategias instruccionales como un conjunto de procedimientos que el alumno adquiere y emplea de forma intencional con el objetivo de aprender significativamente a solucionar problemas atendiendo las demandas académicas. Este tipo de estrategias en el ejercicio de la docencia, actualmente debe enfocarse para el rompimiento de la enseñanza tradicional dando lugar a un proceso de enseñanza y aprendizaje donde el alumno es crítico descubre solo lo que quiere aprender, es autónomo, etc. (consultado en [www.educrea.cl](http://www.educrea.cl))

Se puede con frecuencia encontrar concepciones que reducen este concepto a un conjunto de métodos de enseñanza, pero él no es tan simple, pues en la estrategia didáctica se contempla a la selección y combinación de estos métodos, toda estrategia didáctica incluye la selección y articulación práctica de todo el componente de este proceso. Se interpreta como estrategia Didáctica las secuencias integradas, más o menos extensas, complejas, de acciones y procedimientos bien seleccionados como organizados, atendiendo a todos los componentes del proceso y que persigue alcanzar los fines educativos propuestos.

La profesionalidad del personal docente está intrínsecamente asociada a las decisiones de la estrategia didáctica y por condiciones específicas, equivale a contextualización de la propia estrategia, calidad que fija derechamente su funcionalidad<sup>15</sup>.

Un principio elemental y básico es que todo el aprendizaje siempre se mueve de lo conocido a lo desconocido. Confeccionar o planificar una estrategia didáctica antes de la clase tiene como etapa diagnosticar y en ella ocupa un lugar importante conocer el estado real inicial y las alternativas del desarrollo de los alumnos, lo que abarca la identificación de las estructuras del conocimiento que ya poseen los alumnos. En las estrategias didácticas se halla una previsión de la modificación, ampliación y enriquecimiento de los esquemas cognoscitivos de los sujetos de aprendizaje. Esa tarea no es fácil y

---

<sup>15</sup> [www.ilustrados.com](http://www.ilustrados.com)

de hecho en la teoría y en la práctica presente alternativas que administren con relación al lugar de los procesos intelectuales inductivos o deductivos.

En la literatura puede encontrarse criterios que no comporten plenamente el valor de las estrategias inductivistas, pues no ve en ellas muchos fundamentos en la teoría de aprendizaje. Sin retención, al aplicar enfoques inductivos no entra en contradicción con las características del proceso de aprendizaje en determinados contextos cognoscitivos.

Una segunda posición es valorar como únicamente posibles de las estrategias didácticas aquéllas que se conforme según un enfoque deductivo. Quienes defiende estas estrategias en las hallan pensando que ellas se sostienen plenamente los principios de la psicología cognoscitiva, además, reconocen total correspondencia entre un enfoque deductivo y el movimiento del aprendizaje más simple que lo particular. Lo más general es siempre lo más simple que el particular porque el primero posee mucho menos atributos que lo según.

Es difícil compartir el criterio de que el aprendizaje se acarrea siempre con un modelo deductivo y que no tenga lugar la consideración del contexto, específicamente los sujetos y los objetos en el aprendizaje.

Una tercera posición, aquí compartida, es la planificación de estrategias secuenciadas con enfoques misceláneos, deductivos y inductivos al revés, porque él permiten contemplar a los elementos teóricos del aprendizaje, las riquezas de la práctica y muy especialmente la adecuación de estrategias en correspondencia con los contextos cognoscitivos. Pensamos que con las reducidas informes, las calidades de los sujetos y los bártulos del aprendizaje son ya suficientes elementos para opinar que es una posición Didáctica y científica.

Los estudiantes van desarrollando estrategias de aprendizaje, las cuales constituyen una serie de operaciones cognitivas que el alumno lleva a efecto para organizar, integrar y elaborar la información en su estructura cognoscitiva de la manera más efectiva posible. Son procesos o secuencias de actividades que sirven de base a la realización de tareas intelectuales que facilitan la adqui-

sición, almacenamiento y aplicación de la información o conocimiento (M. Castañeda y M. Figueroa, 1993)<sup>16</sup>.

Según De Armas (s/a) (citado por Pedro Azpiazú, 2007:62), las estrategias didácticas se refieren a la dirección pedagógica de la transformación del proceso de enseñanza aprendizaje desde su estado real hasta un estado deseado. Desde esta perspectiva, las estrategias didácticas presuponen proyectar y ejecutar sistemas de acciones que permitan alcanzar los objetivos propuestos.

A menudo puede encontrar ideas que reducen este concepto a un conjunto de métodos de enseñanza, pero no es tan simple como que en la estrategia didáctica contempla la selección y combinación de estos métodos, toda estrategia didáctica incluye la práctica de selección y articulación todos los componentes de este proceso. Se interpreta como secuencias integradas estrategia didáctica, más o menos extensas, complejas acciones y los procedimientos seleccionados y organizados, teniendo en cuenta todos los componentes del proceso, persiguiendo como objetivo a alcanzar las metas educativas propuestas.

El profesionalismo del personal docente está estrechamente asociado con las decisiones de la estrategia didáctica y las condiciones específicas, es igual el contexto de la estrategia en sí misma, una cualidad que apunta directamente a su funcionalidad.

La determinación de toda estrategia didáctica incorpora el diagnóstico como de productos y procesos. La naturaleza misma de las estrategias contextuales requiere la identificación de condiciones y posibilidades, por lo que el sistema que las acciones de control es un proceso continuo, que permite realizar ajustes, los ajustes y correcciones diseñado principalmente como toda la estrategia está cambiando contexto flexible que, como resultado de su propia aplicación, que se producen.

En la determinación de la estrategia didáctica requiere la consideración de tres condiciones:

---

<sup>16</sup> [www.psicologia.online.com](http://www.psicologia.online.com)

- Posibilidad de recursos y procedimientos para la selección y la combinación de la búsqueda con fines de lucro y sus objetivos. Es evidente que esta condición es muy importante, ya que mantiene una estricta correspondencia entre las condiciones y acciones.
- La selección es la combinación secuencial de los procedimientos educativos en correspondencia con los factores y componentes de la enseñanza y el aprendizaje, incluyendo el contexto en el que se lleva a cabo.
- Las posibilidades y los mecanismos de la evolución de la estrategia en sí sigue los parámetros que han considerado la necesidad de confirmar la mayoría. Cada estrategia requiere un doble control, por una parte es necesario para determinar si ha sido efectiva y cómo puede mejorar.

Ya es un problema que requiere el trabajo de los profesores es un núcleo de la planificación estratégica permanente, es decir, que los principios de la toma de decisiones se puede resumir en el cumplimiento de los siguientes pasos: diagnosticar, planificar, implementar y retroalimentar. Las acciones principales de una estrategia didáctica son: (MILANDO y Ngaca, 2007)

**Diagnóstico:** análisis del contexto, la estructura de todo, la organización del sistema, la definición de situaciones problemáticas variables incontrolables, interacción alumno-sociedad, bienes raíces y el desarrollo alternativo.

**Planificación:** definición de métodos y recursos, tácticas, la estructura organizacional con la formación de estrategias metodológicas. Definición del plan de acción único.

**Realizar:** Aplicación de la estrategia didáctica conocida, de acuerdo con la planificación.

**Retroalimentación:** el seguimiento y la evaluación de los efectos de completar el trabajo previsto determinación de los ajustes, los intercambios y recomendaciones.

## II.2. Propuesta de una estrategia didáctica para el tratamiento del concepto de funciones exponenciales y logarítmicas.

Teniendo en cuenta las acciones de una estrategia Didáctica abordadas con anterioridad; resumo esas acciones en etapas que van a constituir mi estrategia didáctica.

La estrategia didáctica que se presenta en este epígrafe se inserta en los esfuerzos de la comunidad educativa en resolver los problemas que se levantan a la vuelta del proceso de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en general y en las buscas de las vías más adecuadas para la introducción en el aprendizaje a partir de la visualización de funciones en software matemático en este caso el Derive.

Partiendo de un referencial teórico amplio y conciso, de un profundo estudio bibliográfico sobre el objeto de investigación y del análisis de algunas experiencias llevadas a cabo sobre lo tema, se pudo realizar generalizaciones del uso de la computadora para la enseñanza y el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas utilizando Derive.

### Etapas de la estrategia

Mi estrategia didáctica está constituida por un objetivo y tres etapas que a continuación paso a mencionar: etapa de la **preparación**, etapa del **desarrollo**, etapa de la **evaluación**, con las siguientes acciones: **diagnosticar** las condiciones previas necesarias; **propiciar** a los alumnos acceso a la grafica de varias funciones del tipo :  $f(x) = a^x$  con  $a > 1$  y  $0 < a < 1$  ,  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$  y  $f(x) = \log_a x$  con  $0 < a \neq 1$ ,  $a > 1$  y  $0 < a < 1$ ; **orientar** la realización de anotaciones sobre la base de la observación de la representación gráfica de las funciones; **explicar** detalladamente las propiedades anotadas, sus relaciones, hechas por alumnos y **evaluar** el aprendizaje de los estudiantes.

### Objetivo de la estrategia didáctica:

Proveer a los maestros y los estudiantes un plan de acciones y orientaciones desde punto de vista didáctico y la metodología a partir de la visualización en el software Derive, que les permita mejorar la enseñanza y el aprendizaje del

complejo de materia: las funciones exponenciales y logarítmicas, más concretamente sus propiedades.

## 1. ETAPA DE LA PREPARACIÓN

Esta etapa tiene una gran acción que es **diagnosticar las condiciones previas necesarias**:

En este diagnóstico se presupone la búsqueda de información sobre el grupo y sus diferencias individuales y tiene la función de asegurar las condiciones previas para el aprendizaje a través de la estrategia.

El objetivo principal en ésta acción del diagnóstico es, el profesor debe evaluar los conocimientos y habilidades que los alumnos poseen sobre los conceptos principales de las funciones exponenciales y logarítmicas bien como las condiciones no específicas para la enseñanza de la Matemática.

Para hacer el diagnóstico hay que tener en cuenta que los aspectos anteriores se refieren a las condiciones previas específicas para un determinado complejo de materia, pero también hay que considerar las condiciones previas que son típicos de la enseñanza de las matemáticas, pero no directamente relacionadas con el complejo materia, así como condiciones previas más generales que no son propias en la enseñanza de las matemáticas y que deberían trabajar a corto plazo.

Esta acción está orientada a garantizar el nivel de partida para el tratamiento del estudio metodológico de las funciones exponenciales y logarítmicas. En este diagnóstico, las actividades principales del maestro son:

- Observar si las condiciones existen para la implementación de la estrategia, tales condiciones son;
- Verificar si todos los estudiantes tienen las computadoras y si en ellas se tiene el software Derive instalado en cada computadora del alumno.
- En el caso de que cada alumno no tengan computadora portátil para cada alumno, el maestro puede conectar un retro-proyector para poder proyectar las imágenes de los gráficos.
- Más allá de las condiciones materiales, tales como las computadoras, el maestro también debe verificar si los alumnos ya dominan conceptos,

tales como: dominio, imagen y o contra dominio, ceros, asíntotas, monotonía, características del crecimiento, inyectividad, continuidad, gráfico, entre otros;

- Verificar o comprobar se los estudiantes poseen conocimientos y habilidades sobre los principales conceptos y propiedades de funciones exponenciales y logarítmicas, presentadas anteriormente a través de diferentes formas de control tales como: preguntas orales o escritas, tareas escritas por equipos, informes, etc. Si los estudiantes no dominan esos conocimientos y habilidades el maestro debe buscar crear las tales habilidades exigidas en la estrategia.

## 2. ETAPA DE DESARROLLO

En la etapa del desarrollo voy primero hacer el tratamiento de las materias relacionadas con la función exponencial después aquellas relacionada con la función logarítmica. En esta etapa hay tres acciones principales que deben ser abordadas que a continuación pasó a desarrollar:

- a) Propiciar a los alumnos acceso a la grafica de varias funciones del tipo:  $f(x) = a^x$  con  $(a > 1, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$ .**

En esta acción, se realizan acciones metodológicas dirigidas a graficar funciones exponenciales de base mayor que uno y favorecer el contacto con el software matemático "Derive". En esta estrategia se puede permitir que el maestro divida al grupo en equipos de dos a dos para favorecer el debate.

- En dependencia del nivel de dominio de los alumnos en el trabajo con el software, esta acción puede desarrollarse con más o menos dependencia;
- En esta etapa los alumnos deben representar gráficamente varias funciones cuya a base sea mayor que uno para que ellos puedan visualizar desde el software Derive, el comportamiento de esas funciones;
- Este proceso debe ser acompañado con el maestro para detectar cualquier inconveniencia o fallos por parte del alumno;

- Si los alumnos no tienen el dominio del software Derive, el maestro puede hacer desde su computadora, y proyectar en el cuadro;
- Se puede también formar en equipos de dos o tres alumno.

**b) Orientar la realización de anotaciones sobre la base de la observación de la representación gráfica de las funciones.**

Sobre esta acción, el maestro puede presentar una tabla donde ellos hacen anotaciones sobre las observaciones hechas, como a que se sigue;

A la vista de sus gráficas, complete el cuadro siguiente:

<b>Propiedades o conceptos</b>	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$	$t(x)$	$m(x)$
Dominio					
Contra dominio					
Ceros					
Inyectividad					
Monotonía					
Características de crecimiento o decrecimiento cuanto la base					
Continuidad					
Asíntota					

Además el maestro puede también dar impulsos como las que se siguen:

- ¿Qué punto tiene las gráficas en común?
- ¿Cómo influyen las bases en la forma de la gráfica de la función exponencial?
- ¿Son crecientes o decrecientes?
- ¿Cuál crece más rápidamente?
- ¿Tienen asíntotas?
- ¿Son inyectivas?
- ¿Cuál es su dominio? ¿Son continuas?

Importa decir que en toda actividad del docente para esta estrategia Didáctica, deben predominar algunos métodos y procedimientos que a continuación se presentan.

Los métodos y procedimientos:

Deben predominar los métodos que estimulen la actividad de los alumnos; entre ellos los métodos de exposición problemática, busca parcial o heurística, método investigativo, discusión temática, estudios de casos, etc. se Debe aprovechar las bondades del asistente matemático y sus posibilidades de graficar para la comprensión de las relaciones existentes entre la función y su gráfico.

En cuanto a los procedimientos, por ejemplo para graficar, se utiliza la secuencia de pasos establecida por el asistente matemático "DERIVE".

**c) Explicar detalladamente las propiedades anotadas por alumnos, sus relaciones.**

En esta acción, el profesor debe explicar de forma detallada las propiedades logradas desde la tabla o de los impulsos hechos en la etapa anterior, para que ellos puedan conocer las diferencias y los puntos comunes entre esas propiedades de una función para otra, por ejemplo qué pasa cuando la base mayor que 1 (un) aumenta numéricamente.

**3. ETAPA DE LA EVALUACIÓN**

Esta etapa tiene haber con la siguiente acción: **Evaluar el aprendizaje de los conocimientos adquiridos per los alumnos, en los momentos de la estrategia.**

El principal objetivo es la verificación el aprendizaje de los estudiantes, a través de varias formas de control de proceso de enseñanza-aprendizaje

En esta etapa, el profesor debe hacer lo control de los conocimientos y habilidades que los alumnos adquirieron, éste control puede ser en una otra clase o en la misma clase aprovechando las ventajas que lo Derive nos proporciona, una de éstas ventajas es racionalización del tiempo.

El profesor debe disponer un conjunto de ejercicios variados obedeciendo una sistematización de acuerdo con los criterios didáctico-pedagógicos. Se deben incluir también los ejercicios con problemas y que exijan modelaciones.

Más allá de esa forma de evaluación la estrategia didáctica también recomienda que el profesor haga la evaluación partiendo del diagnóstico realizado a lo inicio del tratamiento del complejo de materia: función exponencial y logarítmica, es el punto de partida fundamental desde lo cual se desarrolla la estrategia en la práctica, pues aquí se determinan las condiciones previas que los alumnos disponen y aquéllas que se deben reactivar. Con tal propósito podría planificarse dentro de las diferentes formas evaluativas una clase donde pudiesen analizar y discutir dificultades fundamentales de aprendizaje con la participación colectiva de los alumnos para favorecer un aprendizaje consciente.

Como la reactivación de las condiciones previas es una tarea que no se puede terminar en una primera clase, es preciso que se planifiquen en cada clase fases o momentos para realizar esa reactivación utilizando diferentes formas de evaluación como preguntas orales o escritas, tareas escritas por equipos, informes, etc.

Aunque se habla de un diagnóstico, es muy importante destacar que el diagnóstico es una tarea que se debe realizar de forma continuada durante todo el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas en particular las funciones exponenciales y logarítmicas; por ello se justifica hablar de diagnóstico continuado.

En la secuencia de la estrategia didáctica de la función exponencial, se debe tomar en cuenta las funciones exponenciales cuya base está en el intervalo  $]0; 1[$ .

Se desarrollan las mismas acciones abordadas anteriormente en que la base es mayor que uno, el estudiante para el análisis de base, debe proceder de la misma forma que en el caso anterior, por lo que en este caso ya se obtiene en alguna celeridad, una vez que el alumno tiene algún conocimiento sobre las acciones realizadas en el primer abordaje, que en resumen paso a presentar.

Orientar que el estudiante haga la representación gráfica de varias funciones exponenciales cuya base se encuentra en el intervalo entre 0 y 1.

Orientar que los estudiantes hagan la observación y sus respectivas anotaciones, o por medio de empuje de maestro, el estudiante tenga conclusiones sobre: dominio, Imagen, ceros, continuidad, inyectividad, monotonía, características del crecimiento o decrecimiento con relación la base, asíntota.

Como ya había prometido con anterioridad en la etapa del desarrollo hacer un tratamiento de las materias relacionada con la función logarítmica que a continuación paso a desarrollar. Este abordaje hace parte de la etapa del desarrollo donde se cumple tres acciones principales siguientes:

**a) Propiciar a los alumnos acceso a la grafica de varias funciones del tipo:  $f(x) = \log_a x$  con  $(0 < a \neq 1, a > 1$  y  $0 < a < 1)$ .**

Con ésta acción desarrolla las siguientes operaciones:

En esta acción el maestro debe orientar, la realización de acciones metodológicas dirigidas a graficar funciones logarítmicas que cumple las condiciones establecidas; favoreciendo el contacto con el software matemático” Derive”.

- En dependencia del nivel de dominio de los alumnos en el trabajo con el software, esta acción puede desarrollarse con más o menos dependencia;

- En esta etapa los alumnos deben representar gráficamente varias funciones logarítmicas para que ellos puedan visualizar desde el software Derive, el comportamiento de esas funciones;
- Este proceso debe ser acompañado con el maestro para detectar cualquier inconveniencia o fallos por parte del alumno;
- Si los alumnos no tienen el dominio del software Derive, el maestro puede hacer desde su computadora, y proyectar en el cuadro;
- Se puede también formar en equipos de dos o tres alumno para realizar el trabajo.

**b) Orientar la realización de anotaciones sobre la base de la observación de la representación gráfica de las funciones.**

Sobre esta acción, el maestro puede presentar una tabla donde alumnos hacen anotaciones sobre las observaciones hechas, como la que se sigue;

A la vista de sus gráficas, complete el cuadro siguiente:

Cuadro n° 2- Propiedades y conceptos

<b>Propiedades o conceptos</b>	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$	$t(x)$	$k(x)$	$m(x)$	$n(x)$	$p(x)$
Dominio								
Contra dominio								
Ceros								
Inyectividad								
Monotonía								
Características de crecimiento o decrecimiento cuanto la base								

Continuidad								
Asíntota								
Inversibilidad								
Biyectiva								

Además el maestro puede también dar empujes como las que se siguen:

- ¿Qué punto tiene todas en común?
- ¿Cómo influyen las bases en la forma de la gráfica de la función logarítmica?
- ¿Son crecientes o decrecientes?
- ¿Cuál crece más rápidamente?
- ¿Tienen asíntotas?
- ¿Son inyectivas?
- ¿Cuál es su dominio? ¿Son continuas?
- Qué tal el inversibilidad. ¿Son biyectivas?

Deben predominar los métodos que estimulen a actividad de los alumnos; entre ellos los métodos de exposición problemática, busca parcial o heurística, método investigativo, discusión temática, estudios de casos, etc. se debe aprovechar las bondades del asistente matemático y sus posibilidades de graficar para la comprensión de las relaciones existentes entre la función y su gráfico.

En cuanto a los procedimientos, por ejemplo para graficar, se utiliza la secuencia de pasos establecida por el asistente matemático "DERIVE".

**c) Explicar detalladamente las propiedades anotadas, sus relaciones, hechas por alumnos**

En esta acción, el profesor debe explicar de forma detallada las propiedades logradas desde la tabla o de los empujes hechos en la etapa anterior, para que

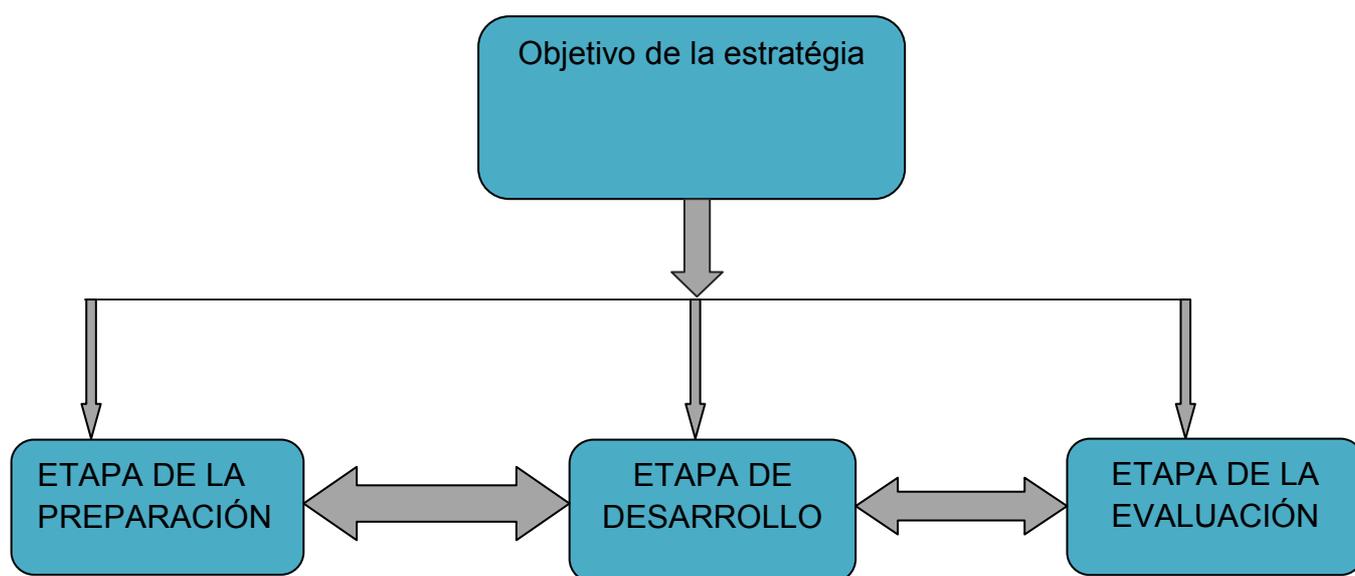
ellos puedan conocer las diferencias y los puntos comunes entre esas propiedades de una función para otra.

Al final del aprendizaje, cada estudiante debe hacer el siguiente resumen comparativo presentado a través del cuadro que se presenta.

Cuadro n° 3- Resumen de propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas.

		Función			
		Exponencial		Logarítmica	
Notación		$f(x) = a^x, 0 < a \neq 1$		$f(x) = \log_a x, 0 < a \neq 1$	
Base		a>1	0<a<1	a>1	0<a<1
Propiedades					

La estrategia Didáctica contiene un objetivo lo cual los maestros deben prestar mucha atención para su cumplimiento integral. También hay una etapa inicial de la estrategia que tiene una relación con la segunda etapa y por su vez la segunda etapa tiene una relación con la tercera etapa, según muestra el esquema a continuación.



### II.2.1.Trabajo del maestro en la estrategia didáctica

El trabajo del maestro como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas debe estar dirigido a la promoción y acompañamiento del aprendizaje de los alumnos. El maestro se convierte en un facilitador. Debe propiciar la máxima comunicación, colocando los estudiantes situaciones que provoquen el debate, el intercambio de concepciones y la propuesta de soluciones a los problemas en los que se enfrentan. Prestará especial atención al papel de cada estudiante como aprendiz en el proceso de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta las características personales e individuales de cada uno, sus estilos de aprendizaje, sus motivaciones, sus limitaciones y condiciones socioeconómicas. Deberá garantizar las condiciones y las tareas para propiciar el pasaje gradual del desarrollo desde los niveles inferiores a los niveles superiores.

## **Conclusiones del capítulo II**

Una estrategia Didáctica es un conjunto de acciones que puede ser utilizada en el proceso de enseñanza y aprendizaje por maestros y alumnos. En el caso concreto de esta tesis, la estrategia desarrollada se refiere al uso por parte del maestro de las potencialidades del software Derive con vista a mejorar el aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales propiedades y conceptos. La estrategia está dividida en tres etapas, cada etapa comprende un conjunto de acciones que el maestro puede desarrollar en el ejercicio de su actividad; más allá de las etapas inicialmente se estableció un objetivo de la estrategia.

El uso de esta estrategia se basa en el software matemático “Derive” que es una herramienta que se utiliza en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Esta herramienta constituye un de los recursos de las tecnologías de información y comunicación que más se utiliza en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, según fue revelado por muchos autores que se presentan en este trabajo.

## **CAPÍTULO III. ANÁLISIS Y INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA.**

En este capítulo se presentan los resultados de la investigación. Partiendo del diagnóstico de las insuficiencias encontradas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, se continúa con la ejemplificación y la validación de la estrategia Didáctica desde los métodos de la Estadística.

La implementación de esta estrategia Didáctica propicia el cumplimiento de los objetivos propuestos para el trabajo con las funciones exponenciales y logarítmicas en la Universidad Privada de Angola Campus Cabinda.

La estrategia didáctica se ajusta a las exigencias de las transformaciones que se realizan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la enseñanza general media y superior y está en concordancia con el objetivo de la formación de profesionales integrales en Angola.

### **III.1. Diagnóstico de las insuficiencias constatadas en la enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en el 1º año de Ingeniería Informática**

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, existen varias insuficiencias que tienden agravar cada vez que se pretende mejorar. En lo que concierne a la enseñanza de la Matemática, en particular a la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas, se nota la existencia de muchas dificultades que se manifiestan en insuficiencias que merecen un tratamiento científico y nuestra reflexión.

En busca de las dificultades e insuficiencias se utilizó métodos y técnicas para constatar los principales problemas que se manifiestan en la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas para los estudiantes del 1º año de la carrera de Ingeniería Informática de la Universidad Privada de Angola Campus Cabinda.

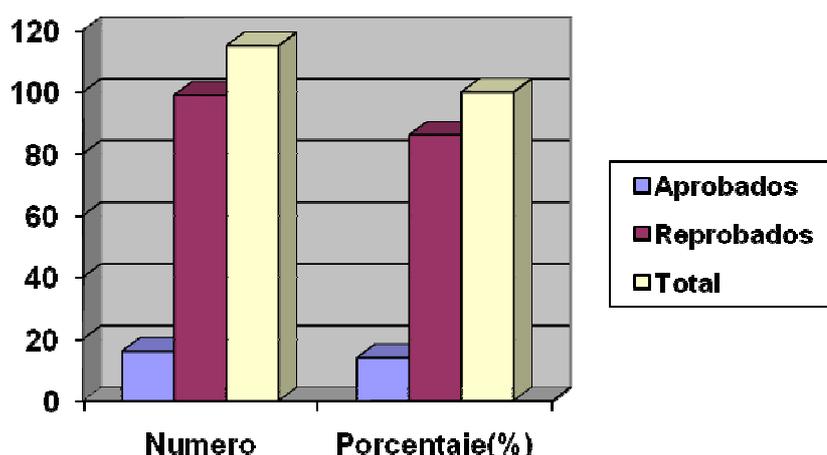
Para hallarse la muestra de los alumnos fue aplicada una prueba, en el cual de forma análoga se realizó el proceso del cálculo, concretamente para una población de 115 estudiantes, una muestra seleccionada aleatoriamente, (ver

anexo # 4, la tabla de números aleatorios), a partir de universo de 578 estudiantes. Esta muestra fue calculada con base la fórmula (ver anexo # 3).

Fue aplicado una prueba pedagógica para diagnosticar el estado inicial del aprendizaje sobre las funciones exponenciales y logarítmicas (ver el anexo # 1), donde se obtuvo los siguientes resultados de acuerdo con la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 1- Resultados del diagnostico sobre la base de una prueba pedagógica

Estudiantes	Numero	Porcentaje (%)
Aprobados	16	13.91
Reprobados	99	86.09
Total	115	100



De la prueba pedagógica aplicada se observó el siguiente: 13.91% de los estudiantes obtuvieron resultados positivos, al paso que 86.09% obtuvieron resultados negativos, esto demuestra la existencia de un real problema sobre las funciones exponenciales y logarítmicas, concretamente sus propiedades.

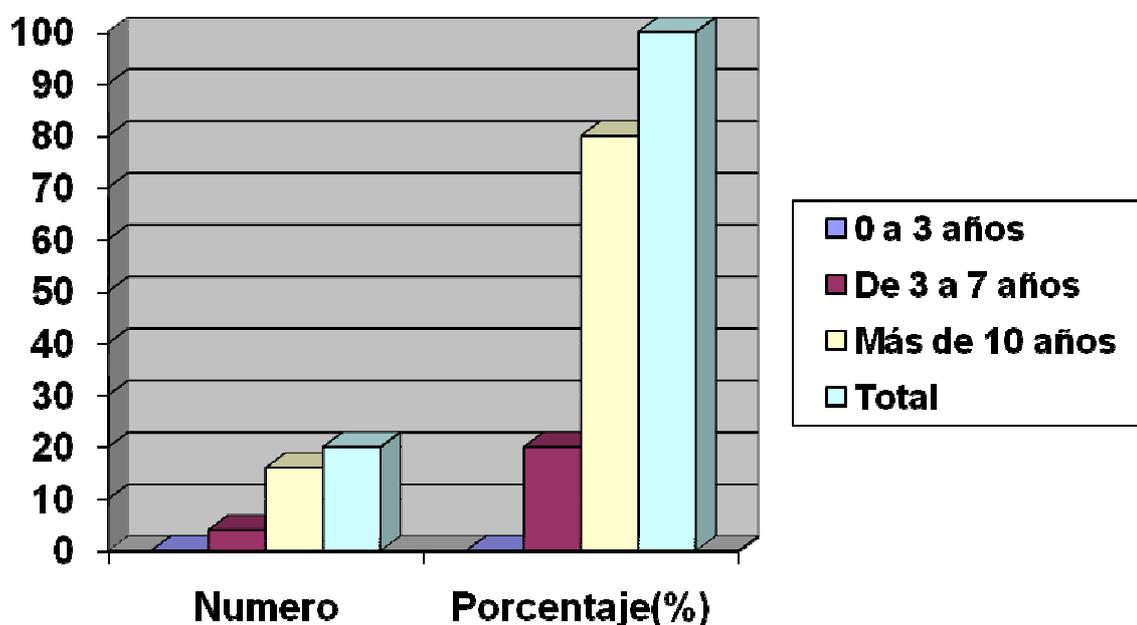
La tabla a continuación explica sobre la experiencia profesional del inquerito aplicado al los maestros (ver anexo # 2), que poseen en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, concretamente en la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas.

La tabla siguiente explica sobre la experiencia profesional de los maestros a los que se les aplicó la encuesta, en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática,

concretamente en la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas

**Tabla 2 – Experiencia profesional.**

Experiencia profesional	Número	Porcentaje (%)
0 a 3 años	0	0
De 3 a 10 años	4	20
Más de 10 años	16	80
Total	20	100



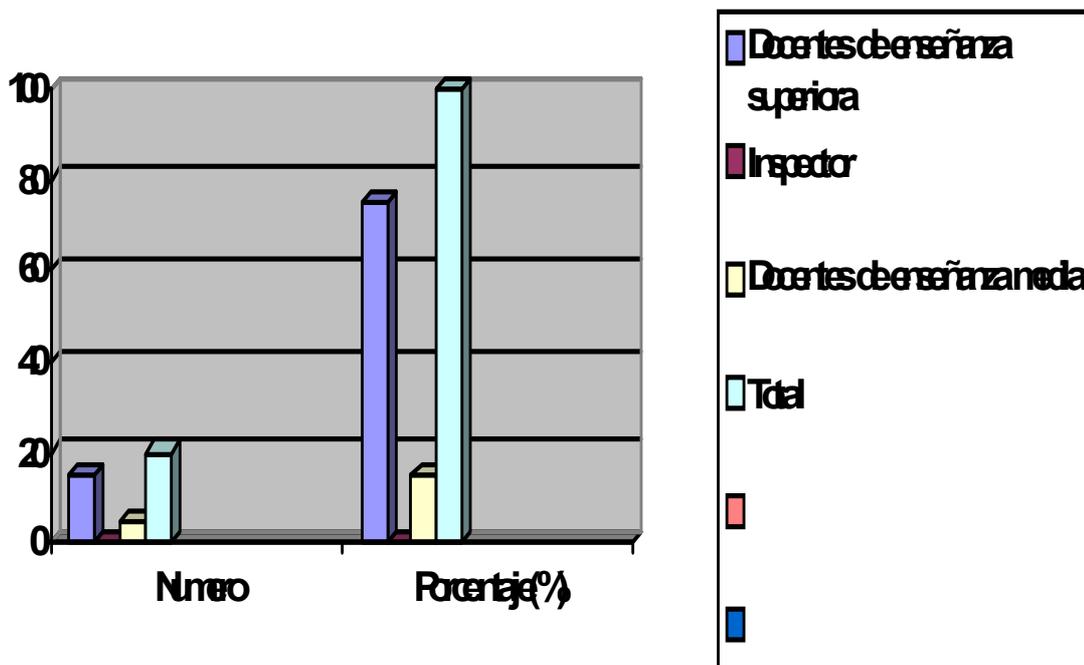
Los encuestados poseen experiencia suficiente para narrar y emitir opiniones valerosas y dignas a considerar, visto que 80% poseen más de 10 años de experiencia acumulada; 20% poseen de 3 a 10 años.

La tabla a continuación explica sobre las funciones de los inquiridos

**Tabla 3- Funciones de los inquiridos**

Funciones de los inquiridos	Numero	Porcentaje (%)
Docentes de enseñanza superior	15	75

Inspector	0	0
Docentes de enseñanza media	5	15
Total	20	100



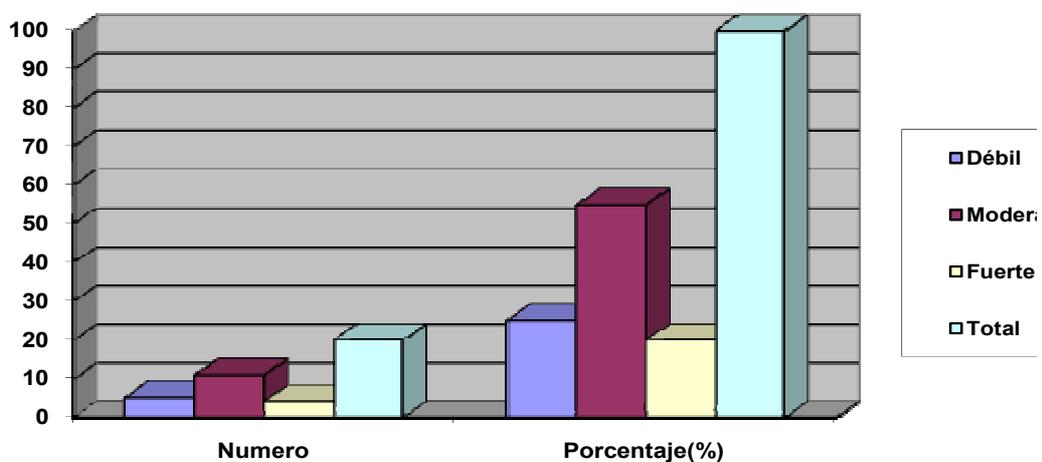
En la encuesta aplicada a los maestros se constató que 75% son docentes de la enseñanza superior, 15% son docentes de la enseñanza media.

En la tabla siguiente hace mención sobre las condiciones para enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas

**Tabla 4- Condiciones para la enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.**

Condiciones para el enseñanza y	Numero	Porcentaje (%)
---------------------------------	--------	----------------

aprendizaje		
Débil	5	25
Moderado	11	55
Fuerte	4	20
Total	20	100



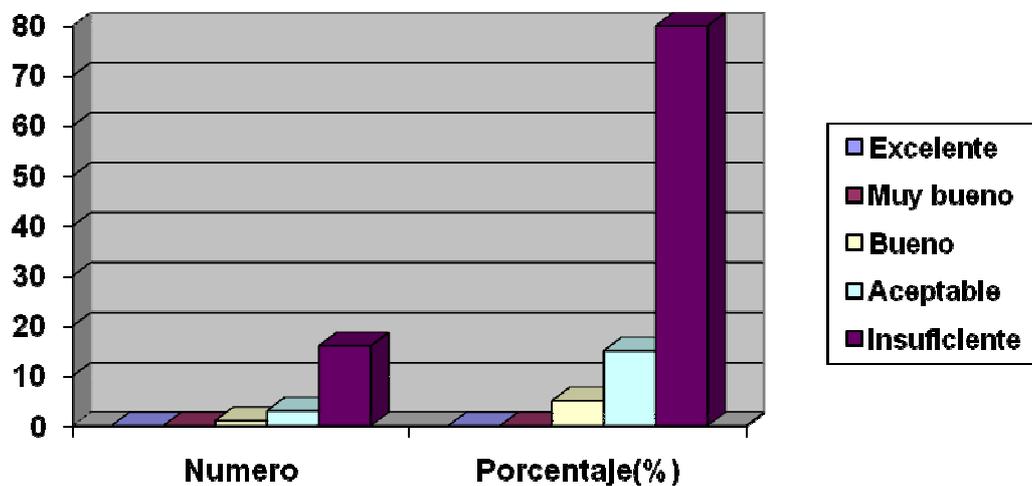
Con relación a las condiciones para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas, 55% afirman que es dada de una manera moderada; 25% débil y 20% fuerte.

La tabla siguiente explica sobre el dominio de conceptos y propiedades.

**Tabla 5 – Dominio de conceptos y propiedades.**

Domínio del concepto	Número	Porcentaje (%)
Excelente	0	0
Muy bueno	0	0
Bueno	1	5
Aceptable	3	15

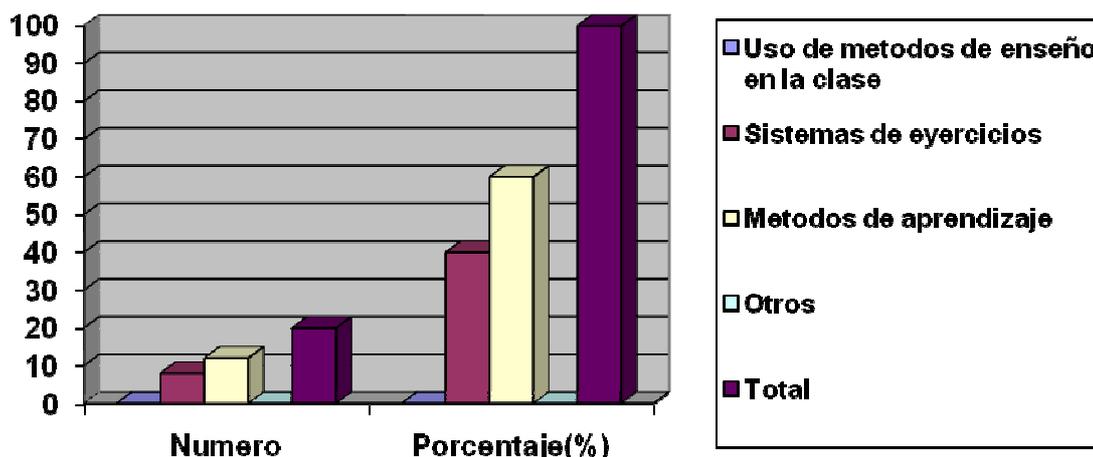
Insuficiente	16	80
--------------	----	----



A respecto del dominio por parte de los alumnos en la función exponencial y logarítmicas 80% afirman que es insuficiente, 15% aceptable y 5% bueno.

En la tabla 6, explica sobre algunas causas fundamentales de insuficiencias sobre aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Causas	Numero	Porcentaje (%)
Uso de métodos de enseñanza de la clase	0	0
Sistema de ejercicios	8	40
Métodos de aprendizaje	12	60
Otros	0	0
Total	20	100



En el concerniente las causas fundamentales de las insuficiencias para el dominio de la función exponencial y logarítmica, 60% afirman que tiene haber con los métodos de aprendizaje, al paso que 40% afirman que están devotadas con el sistema de ejercicios que se utilizan en la fijación de esos contenidos.

### III.2. Ejemplificación de la estrategia Didáctica

Observemos la ejemplificación de la estrategia didáctica, por medio de una metodología sencilla de aplicar y entender.

Propongo algunos ejercicios resueltos y otros propuestos, como modelo para la aplicación de la estrategia didáctica.

En la primera etapa de la preparación de la principal actividad del maestro es revisar los conceptos principales conceptos relativos a las funciones exponenciales y logarítmicas.

En este caso el maestro debe dar algunos ejercicios sobre el cálculo de dominio, ceros de la función, contra dominio o imagen, asíntotas, inversibilidad, continuidad, monotonía, bijectividad, crecimiento o decrecimiento en cuanto la base. Pueden realizarse ejercicios como los siguientes:

1. En las siguientes funciones, determine: ceros, dominio, contra dominio o imagen, monotonía, asíntotas, continuidad, bijectividad, crecimiento o decrecimiento.

a)  $y = x^2 - 5x + 4$

b)  $y = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$

c)  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$

d)  $g(x) = \sqrt{-x^3 + 3x^2 + 4x - 12}$

e)  $y = \frac{4}{\sqrt{16-x^2}}$

f)  $h(x) = \frac{x^4}{x^3-x}$

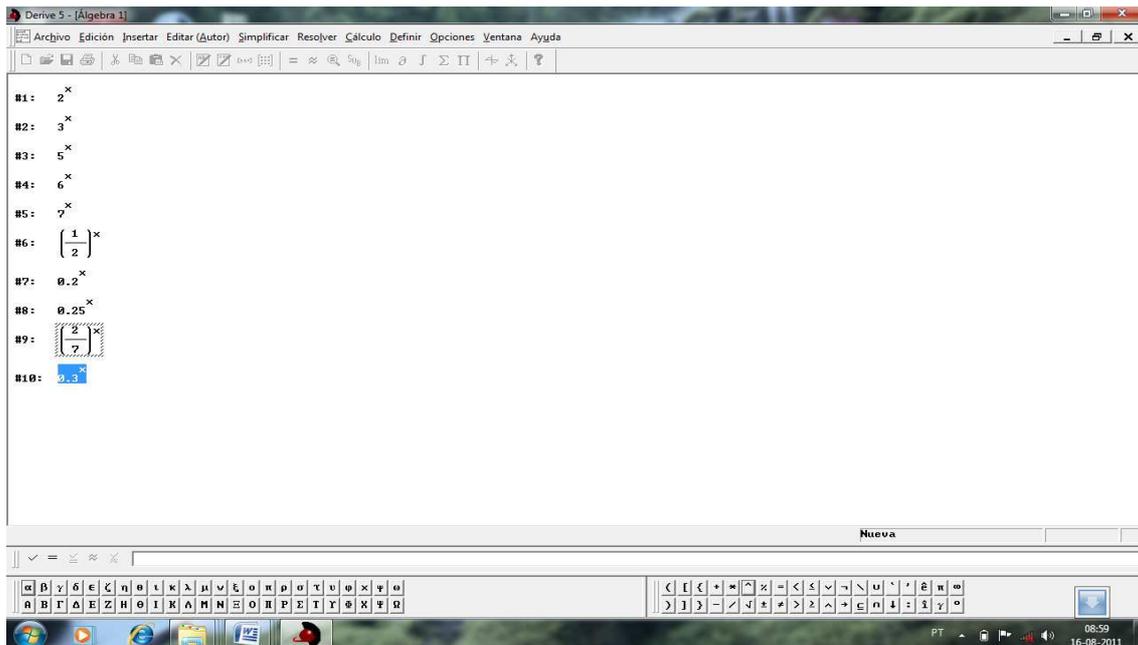
#### ETAPA DE DESSARROLLO

Represente gráficamente las siguientes funciones, utilizando el Derive:

$$f(x) = 2^x, y_x = 3^x, c(x) = 5^x, g(x) = 6^x, h(x) = 7^x, t(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, k(x) = (0,2)^x, m(x) = (0,25)^x, \\ n(x) = \left(\frac{2}{7}\right)^x, p(x) = (0,3)^x$$

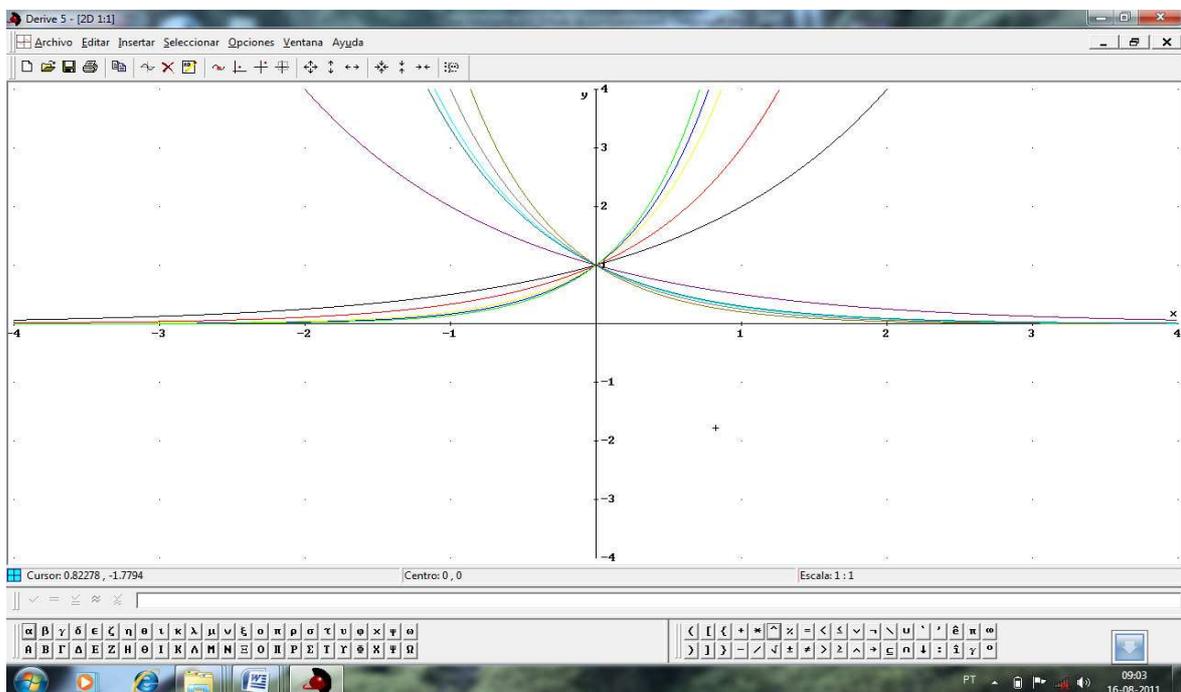
El estudiante introduce las expresiones según aparece en la ventana de la figura a continuación.

Figura # 2- Ventana de Derive, sobre la introducción de funciones exponenciales.



A continuación el alumno las representa gráficamente. Se debe orientar el alumno para que pueda representar una a una en el mismo gráfico, para que él pueda observar mejor el crecimiento o decrecimiento de las funciones exponenciales de acuerdo la base.

Figura # 3- Ventana de Derive sobre la representación gráfica de funciones exponenciales



Aprovechando las potencialidades de Derive, se debe orientar a los estudiantes para que hagan mover los ejes "x" y "y" con vista a hacer una buena

visualización de los gráficos para que observen qué pasa cuanto las propiedades de las funciones exponenciales y sacar conclusiones desde esa visualización.

Entonces con las funciones representadas gráficamente, el profesor empieza a dar los empujes presentados en la en el segunda capítulo o también puede presentar la tabla a continuación y deje que los estudiantes la completen:

**Cuadro completado de propiedades**

<b>Propiedades o conceptos</b>	$f(x)$	$y_x$	$c(x)$	$g(x)$	$h(x)$	$t(x)$	$k(x)$	$m(x)$	$n(x)$	$p(x)$
Dominio	IR	IR	IR	IR	IR	IR	IR	IR	IR	IR
Contra dominio	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$	$IR_+^*$
Ceros	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene
Inyectividad	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Monotonía	crec <sup>17</sup>	crec	crec	crec	crec	decr	decr	decr	decr	decr <sup>18</sup>
Características de crecimiento o decrecimiento cuanto la base	Crece menos rápida en relación $y, c, g, h$	Crece más rápida en relación la $f$	Crece más rápida en relación la $y$	Crece rápidamente	Crece más rápida en relación la $g$	Decr menos rápida en rel. $K, m, n, p$	Decr más rápida en rel. la $t$	Decr más rápida en rel. la $k$	Decr más rápida en rel. la $m$	Decr más rápidamente
Continuidad	es cont <sup>19</sup>	es cont	es cont	es cont	es cont	es cont	es cont	es cont	es cont	es cont

<sup>17</sup> Crec, significa creciente

<sup>18</sup> Decr, significa decreciente

<sup>19</sup> Cont, significa continua

Asíntota	y=0									
Inversibilidad	Si									
Biyectiva	Si									

Para completar la tabla depende del estudiante, esto es puede contestar con sí o no o aún escribir la propiedad matemática correspondiente.

Después de completar la tabla o responder a los impulsos del maestro, el paso siguiente que debe hacer el maestro es hacer una explicación de todo aquello que fue apuntado, con el siguiente resumen:

- $D_f = \mathbb{R}$ ,  $D'_f = \mathbb{R}_+^*$  o  $\text{Im}_f = \mathbb{R}_+^*$ ,  $f(1) = a$  y  $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ ;
- El gráfico es una figura llamada comba exponencial, que pasa por (0; 1);
- El gráfico no toca el eje  $x$  y no tiene puntos en los cuadrantes III y IV;
- Para  $a > 1$ , la función es creciente ( $x_1 > x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ );
- Para  $0 < a < 1$ , la función es decreciente ( $x_1 > x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ );
- La función exponencial es sobreyectiva:  $\text{Im}_f = D'_f$  o sea para todo número real  $b > 0$ , existe alguno  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $a^x = b$  (todo número real positivo es una potencia de  $a$ );
- La función exponencial es inyectiva ( $x_1 \neq x_2 \Rightarrow a^{x_1} \neq a^{x_2}$  u  $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ );
- La función exponencial es biyectiva, luego, admite función inversa;
- La función exponencial es ilimitada superiormente.

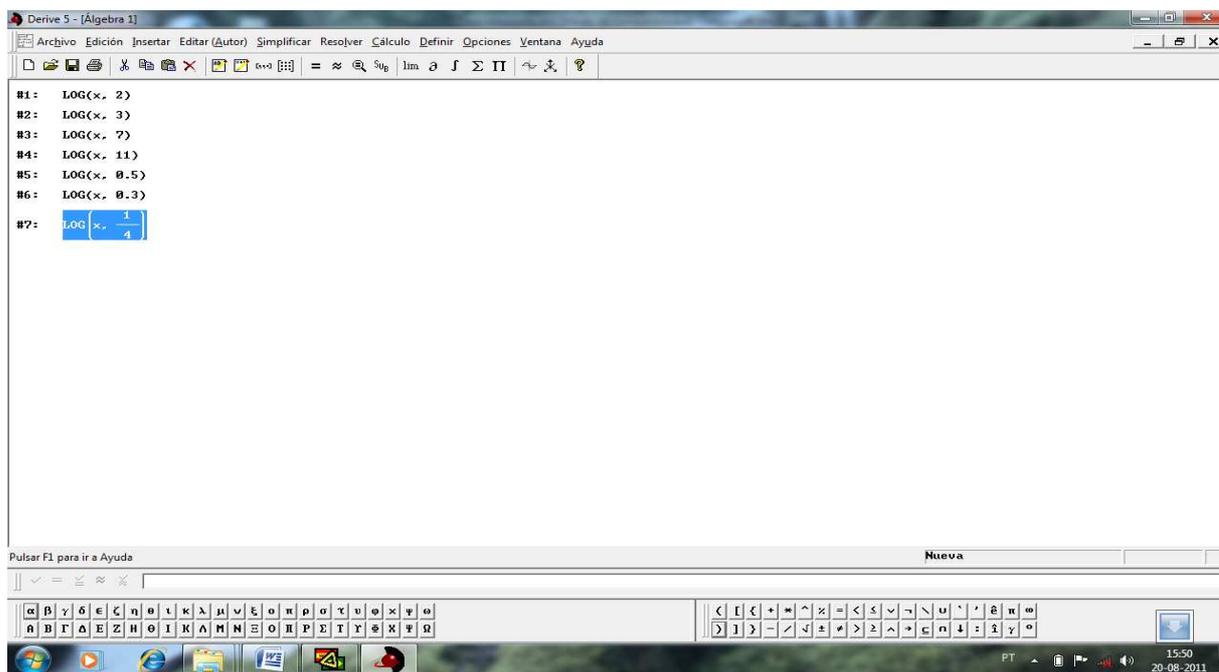
Nota: Las ideas desarrolladas en el estudio de la función exponencial  $f(x) = a^x$ , pueden ser aplicadas en otras funciones en las que la variable aparece en el exponente, como:  $f(x) = 2 \cdot 3^x$ ;  $f(x) = 5^{x-2}$  y  $f(x) = 5^x - 2$ .

Con relación la función logarítmica, el maestro presenta las funciones logarítmicas dadas por las expresiones siguientes, para que el estudiante pueda introducir en el software Derive y representarlas:

$$\log_2 x, \log_3 x, \log_7 x, \log_{11} x, \log_{0.5} x, \log_{\frac{1}{4}} x, \log_{0.3} x$$

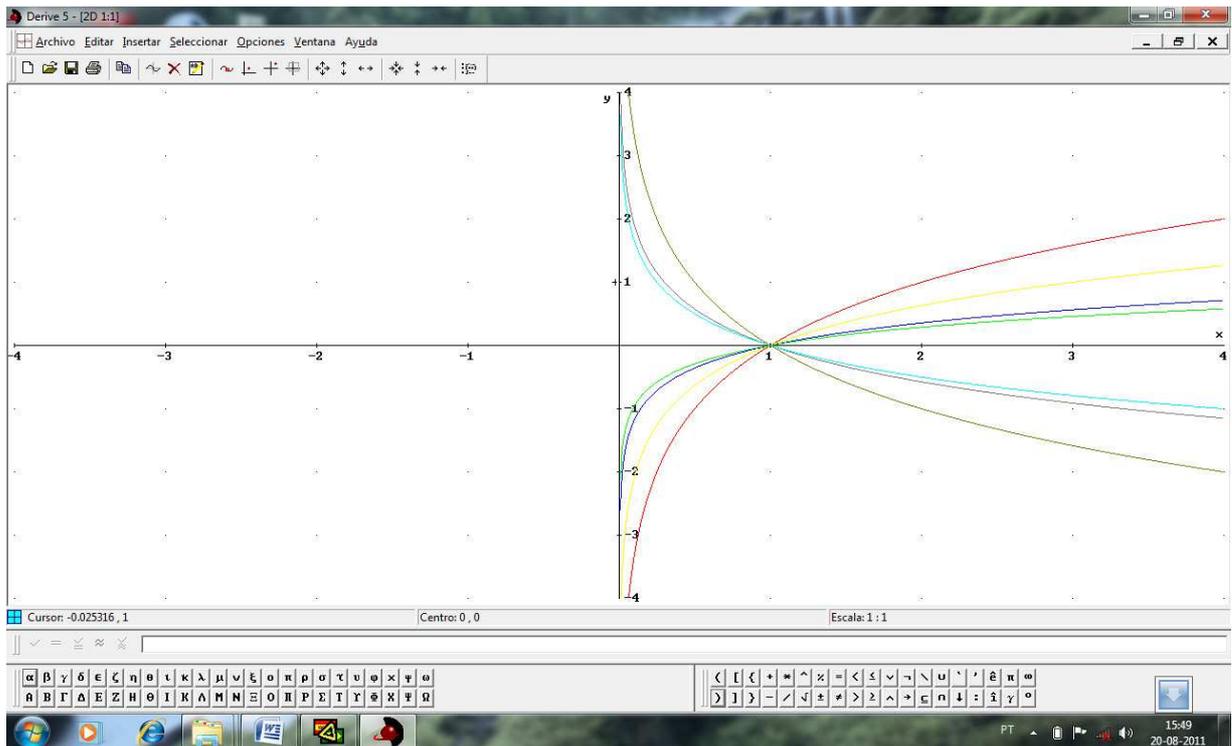
Se recomienda que el estudiante represente una a una, para que pueda extraer mejor las posibles conclusiones sobre las características de las funciones.

Figura # 4- Ventana de Derive sobre la introducción de funciones logarítmicas.



A continuación el estudiante las representa gráficamente según muestra la ventana siguiente.

Figura # 5- Ventana de Derive sobre la representación gráfica de funciones logarítmicas.



Y con los impulsos del maestro los estudiantes observan los gráficos y hacen anotaciones sobre el dominio, imagen o contra dominio, intersección con los ejes, monotonía, asíntotas, características del crecimiento y decrecimiento cuanto sus bases, continuidad, inyectividad, inversa.

De forma los estudiantes completan un cuadro similar al anteriormente presentado durante el trabajo con las funciones exponenciales y luego el maestro hace la explicación de los contenidos que los estudiantes anotaron:

- El gráfico de la función logarítmica pasa por el punto (1; 0) o sea,  $f(1)=0$ , o aún,  $\log_a 1 = 0$ ;
- El gráfico de la función logarítmica nunca toca el eje y y no ocupa puntos de los cuadrantes II y III;
- Cuando  $a > 1$ , la función logarítmica es creciente ( $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$ );
- Cuando  $0 < a < 1$ , la función logarítmica es decreciente ( $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$ );
- Solamente números positivos poseen logaritmo real, pues la función  $x \rightarrow a^x$  asume valores positivos;

- Si  $a > 1$ , los números mayores que 1 tienen logaritmo positivo y los números comprendidos entre 0 y 1 tienen logaritmo negativo;
- Si  $0 < a < 1$ , los números mayores que 1 tienen logaritmo negativo y los números comprendidos entre 0 y 1 tienen logaritmo positivo;
- La función logarítmica es ilimitada superior y inferiormente.
- En el caso de  $a > 1$  ser ilimitada superiormente significa que se puede dar el  $\log_a x$  suficientemente grande como se quiera, siempre que tomemos  $x$  suficientemente gran. Al contrario de la función exponencial  $f(x) = a^x$  con  $a > 1$ , que crece rápidamente, la función  $\log_a x$  con  $a > 1$  crece muy lentamente.

Vimos por ejemplo, que si  $\log_{10} x = 1000$ , entonces  $x = 10^{1000}$ . Así si queremos que lo  $\log_{10} x$  sea mayor que 100, será preciso tomar un número  $x$  que tenga por lo menos 1001 guarismos;

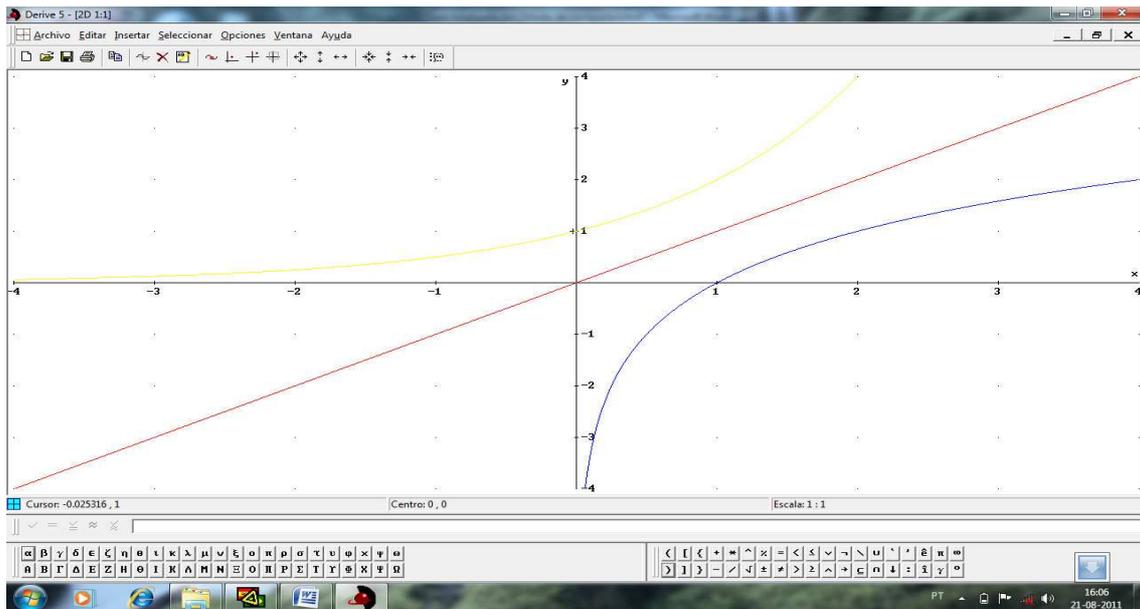
- La función logarítmica es inyectiva, pues números positivos diferentes tienen logaritmos diferentes. Es también sobreyectiva, pues dado cualquier número real  $b$ , existe siempre un único número real positivo  $x$  tal que  $\log_a x = b$ . Por tanto, es biyectiva (hay una correspondencia biunívoca entre  $\mathbb{R}_+^*$  y  $\mathbb{R}$ ).

Venimos que los gráficos de las funciones inversas son simétricas con relación a la recta  $y = x$  (bisectriz de los cuadrantes I y III).

Observe los gráficos a continuación de las funciones inversas  $f(x) = a^x$  y  $h(x) = \log_a x$ .

Introduciendo las siguientes funciones en el software Derive:  
 $y = x$ ,  $f(x) = 2^x$ ,  $h(x) = \log_2 x$

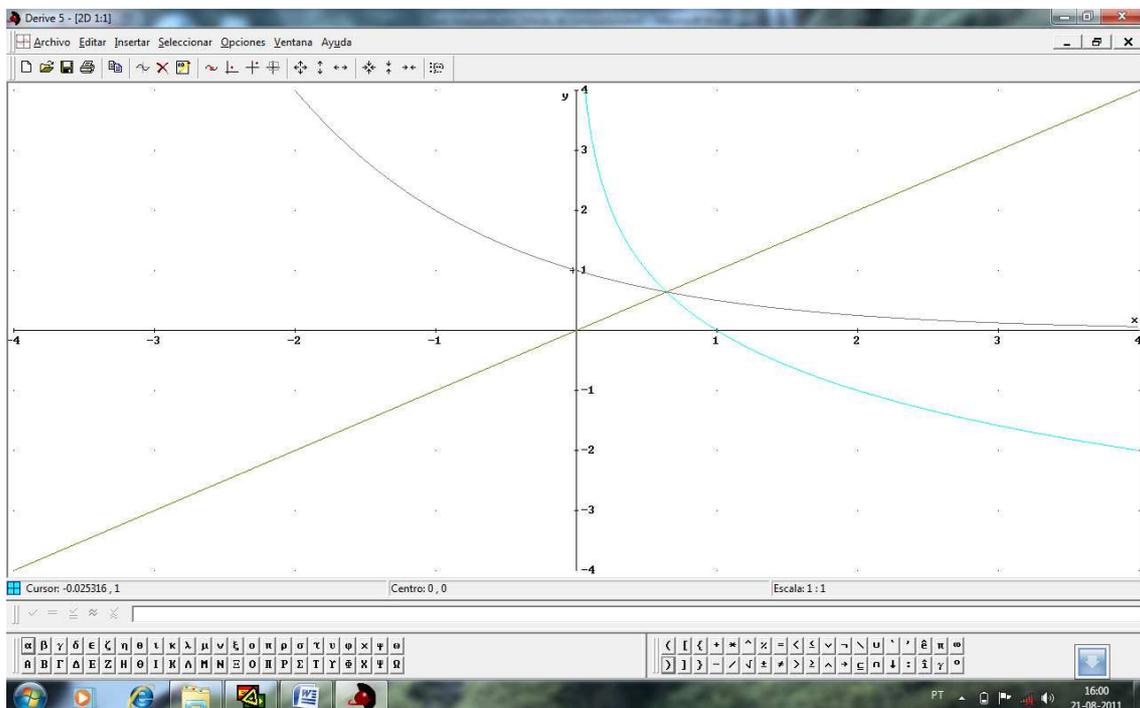
Figura # 6- Ventana de Derive: representación de funciones exponencial, logarítmica y lineal.



Introduciendo las siguientes funciones en el software Derive:

$$y = x, f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

Figura # 7- Ventana de Derive: representación de funciones exponencial, logarítmica y lineal.



### **III.3. Valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia por el método estadístico Prueba de los Signos.**

Partiendo de los fundamentos del enfoque del Constructivismo y su aplicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en particular de la Matemáticas, en esta tesis se presentan los resultados de la investigación sobre el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas y sus principales propiedades, que constituye un contenido del programa escolar de Matemáticas, en el curso de Ingeniería Informática en la Universidad Privada de Angola, Campus Cabinda la eficiencia de los conocimientos alcanzados por estudiantes. Las variables independiente y dependiente que fueron determinadas son: Estrategia para aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas utilizando Derive y eficiencia de los conocimientos en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, respectivamente.

Se define por eficiencia de los conocimientos en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, la habilidad que el estudiante posee para resolver ejercicios que precisan del uso de conceptos y propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas. Para medir la eficiencia se utilizan los siguientes criterios de clasificación, diseñados sobre la base de la nota que alcanzan los estudiantes en un examen calificado en la escala de 0 a 20 puntos: de 15 a 20 nivel alto (A), de 7 a 14 nivel medio (M) y de 0 a 6 nivel bajo (B).

Primera actividad es dar una clase en la forma tradicional y aplicar una prueba pedagógica para evaluar el aprendizaje de los contenidos, cuyo los resultados los resultados fueron anotados y observados en la fase a que se denomina fase inicial. En una otra actividad posterior se da otra clase sobre las funciones exponenciales y logarítmicas, de manera cual si propone en la estrategia didáctica elaborada; los resultados fueron anotados y observados en la fase final. Ésas dos actividades ocurrieron en un mismo grupo de estudiantes; porque objetivo es evaluar el efecto que el uso del software Derive causa en el para el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Fueron aplicadas las dos pruebas pedagógicas, que tienen como objetivo medir el aprendizaje del tema, en un grupo de 42 estudiantes del 1º año. Antes de la

aplicación del programa el grupo fue considerado como etapa o fase inicial y después de aplicación de la estrategia didáctica es considerado como siendo etapa o fase final; decir que los 42 estudiantes sometidos la prueba pedagógica sano todos de Ingeniería Informática extraídos de forma aleatoria desde una población de 115 estudiantes.

Teniendo en cuenta que los contenidos objeto de la experiencia fueron estudiado en la enseñanza media, se decidió trabajar con un solo grupo, al que se le aplico una prueba inicial (ver anexo # 6) y una final (ver anexo # 5). La prueba inicial tiene una pregunta, cuyo el objetivo, el alumno debe, representar gráficamente e identificar las principales propiedades y conceptos de las funciones exponenciales y logarítmicas, y permitió establecer al inicio la eficiencia de conocimientos en el aprendizaje. La prueba final ésta constituida por 2 preguntas, cuyas respuestas se basan en el estudio de las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas.

### Planteamiento de las hipótesis

Hipótesis nula ( $H_0$ ): No existe una diferencia significativa en la eficiencia de los conocimientos en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales propiedades, utilizando Derive, antes y después de ser sometidos a la propuesta.

Hipótesis alternativa ( $H_1$ ): existe una diferencia significativa en la eficiencia de los conocimientos en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales propiedades, utilizando Derive, antes y después de ser sometidos en la propuesta.

La experiencia que se demuestra en este trabajo llevó si acabo en el primer semestre del año lectivo 2011, referente la asignatura de Matemáticas I. Los resultados de las pruebas se presentan en la tabla a continuación.

Tabla # 7- Resultados de las pruebas pedagógicas aplicadas

Número de alumno	Eficiencia de conocimientos na aprendizagem		Signo de la diferencia
	Fase inicial	Fase final	
1	B	B	0

2	M	M	0
3	B	M	+
4	B	B	0
5	M	B	-
6	M	A	+
7	B	M	+
8	B	M	+
9	B	B	0
10	M	B	-
11	B	M	+
12	M	B	-
13	A	A	0
14	B	B	0
15	B	B	0
16	B	M	+
17	M	A	+
18	M	M	0
19	M	A	+
20	B	M	+
21	A	A	0
22	B	B	0
23	B	B	0

24	B	M	+
25	B	M	+
26	M	B	-
27	M	M	0
28	M	M	0
29	B	M	+
30	M	B	-
31	B	M	+
32	B	B	0
33	M	B	-
34	M	M	0
35	B	M	+
36	M	B	-
37	B	M	+
38	B	M	+
39	B	B	0
40	M	A	+
41	B	M	+
42	B	M	+

La efectivación de la prueba fue por intermedio del paquete SPSS, de la versión 11.5 Windows. Al introducir los datos en el paquete se logró las siguientes tablas de resultados:

## Frecuencias

	N
Fase final- Fase inicial	
Diferencias negativas(a)	7
Diferencias positivas(b)	19
Empates(c)	16
Total	42

a) Fase final < Fase inicial

b) Fase final > Fase inicial

c) Fase final = Fase inicial

## Estadísticos de contraste(a)

	Final - Inicio
Z	-2,157
Sig. asintót. (bilateral)	0,031

(a) Prueba de los signos

Por la observación de las tablas se vio que 7 son diferencias negativas, 19 diferencias positivas y 16 empates.

Como p- valor igual a  $0,031 < 0,05$  se puede rechazar la hipótesis nula, con un nivel de confianza de 95% o sea la afirmación de que no existe una diferencia significativa en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales propiedades, utilizando Derive, después de ser sometidos en la estrategia didáctica elaborada. Puesto que existe una diferencia significativa en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales propiedades, utilizando Derive, después de ser sometidos en la estrategia didáctica.

Estos resultados demuestran que la estrategia didáctica elaborada, es factible para la implementación en la escuela; de lo que va a mejorar el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus principales conceptos y propiedades.

## **CONCLUSIONES GENERALES**

Los resultados alcanzados en la investigación permitieron elaborar una estrategia Didáctica para la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas utilizando el software matemático Derive.

Se alcanzó así una sistematización de la teoría relativa al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, a cual sirvió de referencia teórica para elaborar una estrategia didáctica sobre a base de utilización de la computadora en la enseñanza de la Matemática, de forma general.

En las escuelas que forman parte del objeto de esta investigación tiene lugar el problema diagnosticado. Ello me indujo a pensar en elaborar una Estrategia Didáctica para mejorar una de las insuficiencias existentes en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, referida al trabajo con las funciones exponenciales y logarítmicas.

En mi opinión la elaboración de esta estrategia didáctica será de mucha valía para el proceso educativo en Angola y, en particular, en Cabinda; y también va a ayudar a los colegas que imparten la misma disciplina, al ofrecerles un recurso para mejorar el aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas.

En esta nueva era el uso de la tecnología informática es una tendencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Entre las ventajas que estas tecnologías ofrecen se encuentran facilidades para que los alumnos descubran características de los fenómenos y materias que se estudian; ambientes atractivos para el aprendizaje y facilidades al profesor para impartir sus clases; entre muchas otras. Estas ventajas fueron las que me indujeron a pensar en elaborar una estrategia didáctica apoyada en la tecnología informática, concretamente en un software matemático.

Este tipo de estrategias en el ejercicio de la docencia rompe con la enseñanza tradicional de la matemática en nuestras escuelas, dando lugar a una mayor autonomía e independencia del estudiante durante el estudio de las materias escolares; y de este modo, favoreciendo el descubrimiento y construcción del conocimiento que él mismo estudia.

La enseñanza de la Matemática en Angola continúa ofreciendo muchos problemas a investigar, especialmente en lo referido al uso de los software matemáticos en los procesos de aprendizaje, máxime si se tiene en cuenta que al hablar de uso de los software matemáticos hay muchos profesores de Matemáticas que aún no tienen contacto con ninguna de estas herramientas. Esta realidad va retardando la implementación de estos recursos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática que tienen lugar en nuestro país. No obstante, con mi trabajo aspiro a contribuir a modificar esta triste realidad.

## **SUGERENCIAS**

En función de la investigación llevada a cabo sugiero que:

El departamento Académico de la Universidad Privada de Angola Campus Cabinda, en particular al departamento de Informática, pudiera valorar los resultados de esta tesis con el objetivo de tomar los elementos más significativos de la estrategia didáctica para utilizarlos en otros temas de las diferentes disciplinas, a partir del empleo de softwares matemáticos que se encuentran a disposición de los profesores y estudiantes.

Se debe continuar la investigación para llegar a caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática a partir de la mediación del medio informático. De hecho, algunas de las modificaciones que se producen en la metodología de la enseñanza de las funciones en general y en particular las exponenciales y logarítmicas, pueden ser generalizadas directamente.

La Atlantic International University (AIU), pueda divulgar los resultados presentados en la presente tesis para los trabajos de investigación de los estudiantes e investigadores de la Didáctica de Matemáticas.

## BIBLIOGRAFÍA

1. ALVAREGA, Dina (2006). A exploração de padrões como parte de experiência matemática de alunos do 2º ciclo . tese de mestrado. APM.
2. ALMOYANA, Julio Martínez. Dicionário de Espanhol Português. Dicionário editora. Porto Editora.
3. AZPIAZÚ, Pedro Osmany Laffita (2007). Una alternativa para sistematizar las ejecuciones computarizadas y no computarizadas de las habilidades de la Matemática Superior en una disciplina docente. Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas. Santiago de Cuba.
4. AZPIAZÚ, Pedro Osmany Laffita y SEIDE, Eloy Guerrero (2009). Cómo hacerlo con Derive. Guía para comenzar. Monografía.
5. Adrian Oldknow (2004). ICT bringing advanced mathematics to life –T-cubed New Orleans - March.
6. AZEVEDO, António Filipe (1993). O computador no Ensino da Matemática: Uma contribuição para o estudo das concepções e práticas dos professores. Tese de mestrado.APM.
7. Becta (2004). Entitlement document to ICT in secondary mathematics.
8. Becta (2004). ICT and Mathematics: a guide to learning and teaching mathematics 11-19. Update version produced as part of the DfES «KS3 ICT offer to schools».
9. BONIFAZ, A. e Zucker, A. (2004). As lições aprenderam sobre fornecer laptops para todos os estudantes. Instrução Desenvolvimento Centro, Inc., TERC. ( <http://www.neirtec.org/laptop/> , consultado en Enero 2007).
10. BARBOSA, Elsa F. I. Domingos (2007). A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade. Tese de mestrado. APM.
11. BRAVO, Fernando José de Barros.(2005). Impacto da Utilização de um ambiente de geometria Dinamica no ensino- Aprendizagem da

- geometria por alunos do 4º ano do 1º ciclo do Ensino básico. Tese de maetria. APM.
12. BANDARRA, Laura Margarida Salgueiro.(2006). Tarefas de investigação, novas tecnologias e conexões e a aprendizagem de conteúdos algébricos no 8º ano. Tese de Mestrado. APM.
  13. BECKER, F, O que é Construtivismo?, Revista de Educação AEC, Ano 21, Nº 23, Abri/Junho de 1992
  14. BENAÏM, D. Memorandum for Dalton School's Educational Policy Committee. nov. 1995.
  15. BIGGE, M. L. (1971). Teorias da aprendizagem para professores. São Paulo: editora pedagógica e universitária.
  16. BOTAS, Dilaila Olívia dos Santos (2008). Utilización de los materiales didácticos en las clases de Matemáticas: Un estudio del 1º Ciclo. Tesis de para obtención del grado de maestro en Educación Matemática. APM.
  17. BROSSEAU, Guy (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Editorial Zorzal –ISBN: 978-987-599-035-7 Traducción de: FREGONA, Dilma.
  18. BERMEJO, V. (2002). Las Nuevas Tecnologías como estrategia didáctica.2002
  19. BELLO, Garces y Sílvia (2007) .Cambio conceptual ¿una o varias teorías? : reseñas del Seminario sobre cambio conceptual. México: UNAM, Facultad de Química.
  20. BIAJONE, Jefferson (2006). Trabalho de projectos: possibilidades e desafios na formação estatística do pedagogo. Tese de mestrado.
  21. CEBOLA, Graça (1992). The use of calculators in mathematical problema solving. Master Tesis. APM.
  22. Colectivo de autores (2003). Preparación pedagógica integral para profesores universitarios. Editorial Felix Varela, La Habana, Cuba.2003
  23. CARMEM, Lúcia B. Passos. Et alii. Laboratório de ensino da Matemática na actuação e na formação de professores. 2006.

24. CARRETERO, Mario (1997). Construir e Ensinar as Ciências Sociais/hist. São Paulo: Artmed.
25. COUTINHO, M. T. C., MOREIRA, M. C. (1991). Psicologia da educação. São Paulo: Lê.
26. Chartwell-Yorke (2006). Your Guide to Exploring Mathematics with ICT.
27. DOMINGOS, António Manuel (1994). A aprendizagem das funções num ambiente computacional com recursos a diferentes representações. Tese para a obtenção do grau de mestre em Educação Matemática. APM.
28. DUARTE, Fernando Baltazar (1992). O computador e o programa ESTUDFUNC no estudo das funções. Tese de mestrado. APM.
29. DANTE, Luiz Roberto (2005). Matemática Novo ensino Médio. 1428 Exercícios propostos e 150 questões de vestibular. Editora Ática. 2005. 464 pág.
30. DUDLEY, R. M. Real analysis and probability. Cambridge; New York : Cambridge University Press. 2002.
31. DIBENEDETTO, Emmanuele. Real analysis. Boston: Birkhäuser, 2002. Cowling, M.; Tarabusi, Enrico Casadio, y otros Nombre de la reunión: C.I.M.E. Summer School (2004 : Venice, Italy) Representation theory and complex analysis : lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in Venice, Italy, June 10-17, 2004. Berlin: Springer, 2008.
32. DOWLING, Woody. Integrating Constructivist Principles. Art & Technology Integration ATI Workshop, 1995 [http://www.nmaa.si.edu/deptdir/pubsub/re\\_constructivist.html](http://www.nmaa.si.edu/deptdir/pubsub/re_constructivist.html)
33. DOLLE, Jean-marie. Para Compreender Jean Piaget. São Paulo: AGIR, 1974
34. DOLLE, Jean-Marie. Para além de Freud e Piaget. Petrópolis: Vozes, 1993
35. FRANCO, S.R.K., Construtivismo e Educação: um encontro importante e necessário, ReVista, Ano 1, Nº 1, Dez. 1992, Jan, Fev. 1993

36. FINEMANN, E. e BOOTZ, S. An introduction to constructivism in Instructional Design. 1995 Technology and Teacher Education Annual. University of Texas, Austin. 1995.
37. FODOR, J. Fixation of belief and concept acquisition. In: PIATELLI-PALMARINI, M. Language and Learning: the debate between Chomsky and Piaget. Cambridge : Harvard Press, 1980.
38. FERRARA, F., Pratt, D., & Robutti O. (2006). O papel e os usos das tecnologias para o ensino da álgebra e do cálculo. Em A. Gutiérrez & P. Boero (Orgs), manual da pesquisa sobre o psychology da instrução da matemática: após, atual e futuro (pp. 237-273). Roterdão: Sentido.
39. GOULART, I. B. (1987). Psicologia da educação. São Paulo: Vozes.
40. GORE, Ernesto; Dunlap, Diane. Aprendizaje y organización: una lectura educativa de las teorías de la organización: Buenos Aires: Granica, 2006.
41. GARCÍA, I. (2004). Aplicación de una Intranet como medio para la formación interactiva basada en Web de profesores universitarios. Ponencia presentada. en el VII Taller sobre la Educación Superior y sus Perspectivas. UNIVERSIDAD. Palacio de las Convenciones, La Habana, Cuba. 2004.
42. GERARDO, Helena Isabel Perreira da Silva (2005). Educación Matemática y la justicia social: Caminando para una realidad. Tesis para obtención de grado de maestro en educación matemática.
43. GERARDO, Hernández Rojas (1997). Módulo Fundamentos del Desarrollo de la Tecnología Educativa (Bases psicopedagógicas ). Coordinador: Frida Díaz Barriga Arceo. México. Editado por ILCE-OEA.
44. GONÇALVES, Ana (2008). Desenvolvimento de sentido de número num contexto em alunos do 1º Ciclo de Ensino Básico. Tese de Mestrado. APM.
45. JESUS, Ana M. do Rosário (2004). Las actividades Matemáticas de Naturaleza investigativa en los primeros años de escolaridad:

- perspectiva y involucramiento de los alumnos. tesis para obtención del título de maestro en Educación Matemática. APM.
46. LANÇA, Claudia Gabriela Estevéns (2007). Potencialidades das tarefas de modelação Matemática com recursos a calculadoras gráficas e sensores na aprendizagem Matemática. Tesis de Maestría.
47. LORENZO, Sérgio. O laboratório do ensino da Matemática na formação de professores. Campinas, 2006.
48. LOZANO, Rodríguez Armando. Estilos de aprendizaje y enseñanza: un panorama de la estilística educativa. México, D.F. : Trillas : ITESM, Universidad Virtual, 2008.
49. LEONTIEV, Alexis. O desenvolvimento do psiquismo. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.
50. KOLMAN, Bernard, 1932-; Hill, David R.; Hugo Ibarra, Victor. Álgebra lineal. Madrid: Pearson Educación de México, 2005.
51. KAMII, Constance. O Conhecimento Físico na Educação Pré-escolar. São Paulo: Artmed, 1991 LIMA, Lauro de Oliveira. In: MACEDO, Lino de. Ensaio Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.
52. MES. Modelo del Profesional y Plan de Estudio del Ingeniero Agrónomo. Plan D. La Habana, 2006.
53. MARCIANO, J. (2009) "La enseñanza y el aprendizaje del Álgebra: una concepción didáctica mediante sistemas informáticos". Tese em opção ao grau de Doutor em Ciências Pedagógicas. Ciudad de la Habana. Cuba.
54. MARTINS, Fernanda Maria Matos (2007). As frações no desenvolvimento do sentido de número racional no 1º ciclo. Tese de mestrado. APM.
55. MACEDO, Lino. (1994). Ensaio Construtivistas. 3. Ed. São Paulo : Casa do Psicólogo.
56. MILANDO, José Buvica y LUEMBA, José Ngaca (2007). Uma estratégia didáctica para o tratamento do conceito vector e suas propriedades na

- 11ª classe do IMEC. Trabalho de fim do curso para obtenção do grau de licenciado em Ciências da Educação, opção Matemática. Universidade Agostinho Neto. ISCED, Cabinda.
57. MILHOLLAN, F., FORISHA, B. E. Skinner x rogers 3. ed. São Paulo: Summus, 1978.
58. MONROY Lilian, RUEDA Karol (2009). Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa cabri geometry II. Universidad industrial de Santander (UIS). Facultad de ciencias. Bucaramanga.
59. MOURA, Ana Cristina (2005). Trabalho colaborativo de professores: a utilização da calculadora gráfica na aula de Matemática. Tese para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática.
60. MEMORIA 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. 2010.
61. MEDEIROS, Adelardo. A elaboração de programas de disciplina. 2010.
62. NICHOLSON, W. Keith. Martínez Valero, Julián. Álgebra lineal: con aplicaciones. Madrid: McGraw-Hill, 2003.
63. NCREL. North Central Regional Educational Laboratory (1997) Pathways to school improvement. <http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/cntareas/science/sc5model.htm>.
64. <http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/cntareas/science/as7consult.htm> .
65. NITZKE, Julio A.; CAMPOS, M. B. e LIMA, Maria F. P.. "Teoria de Piaget". PIAGET. 1997a.
66. NITZKE, Julio A.; CAMPOS, M. B. e LIMA, Maria F. P. "Estágios de Desenvolvimento". PIAGET. 1997b.
67. PIAGET, Jean. Como se desarrolla la mente del niño. In: PIAGET, Jean et alii. Los años postergados: la primera infancia. Paris: UNICEF, 1975.
68. PIAGET, J. (1982). O Nascimento da Inteligência na Criança, 4ª edição, Rio de Janeiro, Zahar.

69. PULASKI, Mary Ann Spencer (1986). *Compreendendo Piaget*. Rio de Janeiro : Livros Técnicos e Científicos.
70. PERALTA, H. e Costa, F.A. (2007). *Competência e confiança dos professores no uso das TIC (tecnologias de informação e comunicação)*. Síntese de um estudo internacional. *Sísifo*.
71. PERALTA, costela do H. e, F.A. (2007). *Professores do dos do confiança de Competência e nenhum internacional do estudo de TIC*. Síntese de um dos das da USO. *Sísifo*. Da Educação de Revista de Ciências, 03, pp. 77-86. (<http://sisifo.fpce.ul.pt>, consultado em novembro, em 2007).
72. PINA, Alfredo (2004). *Informática educativa y nuevas tecnologías: aplicaciones en educación*. Pamplona :Universidad Pública de Navarra = Nafarroako Unibertsitate Publikoa.
73. PERALTA, H. e Costa, F.A. (2007). *Competência e confiança dos professores no uso das TIC (tecnologias de informação e comunicação)*. Síntese de um estudo internacional. *Sísifo*.
74. PONTE, João Pedro da (s/a) .Grupo de Investigação DIF — Didáctica e Formação Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Sin fecha.
75. RIBEIRO, Catarina (2008). *Um professor, um currículo? Um estudo com dois professores de Matemática do 3º Ciclo de ensino de base*. Tese para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática. Portugal.
76. *REVISTA DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO*, 03, pp. 77-86. (<http://sisifo.fpce.ul.pt>, consulted at March, 2011).
77. ORTIZ, Ana M.; MARTÍNEZ, Juan M.; TINTORER, Oscar: La teoría de la actividad de formación por etapas de las acciones mentales en la resolución de problemas. Revista Inter Science Place, Rio de Janeiro, n. 9, set. – out.2009b.
78. SENBA, Takasi. Applied analysis: mathematical methods in natural science. London: Imperial College Press; River Edge, NJ: Distributed by World Scientific Pub., 2004.

- 79.SAHNI, Sartaj; Prasanna Kumar, V. K. Nombre de la reunión: International Conference on High Performance Computing (9th: 2002: Bangalore, India) High performance computing, HiPC 2002: 9th international conference, Bangalore, India, December 18-21, 2002: proceedings. Berlin; New York: Springer, 2002.
- 80.STRANG, G. Hartcourt Brace and Company International. Linear Algebra and its Applications. Edition (4a ed.), 2005.
- 81.SIMÕES, Alcino de Oliveira (2005). Avaliação de sites de Matemática e implicações na prática Docente: um estudo no 3º CEB e no Secundário. Tese de mestrado.
- 82.SIMÃO, Maria João (2007). A utilização da calculadora gráfica na aula de Matemática um estudo com alunos do 12º ano no âmbito das funções. Tese de mestrado em Educação Matemática.
- 83.SIMÕES, Maria Manuela de Abreu Ferreira (2005). Internet na aula de Matemática um estudo de caso. Tese para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática.
- 84.SOSA, José Benito Rodríguez (2003). Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de la Habana.
- 85.SADY, Mazzioni,(2006). As estratégias utilizadas no processo de ensino e aprendizagem: concepções de alunos e professores de ciências contábeis.
- 86.SIMON, Carl p.et ali. Matemática para Economistas. Artmed. São Paulo. 2004.
87. SWOKWSKI, Earl W. (2004). Calculo com Geometria Analítica. Mir.Moscow.
- 88.TELES, Lucilia Rita Rocha (2005). Matemática com arte: Um micro projecto intercultural adaptado a alunos da Escola de Dança do Conservatório Nacional. Tese de mestrado em Educação Matemática.

89. TINTORER, Oscar. Formação por etapas das ações mentais na Atividade de Situações Problema em Matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM): Salvador, 2010.
90. TRINDADE, Maria de Fátima Argelino (2006). Discursos de especialidade na abordagem de funções- estudo de caso no décimo ano de escolaridade. Tese para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática. APM.
91. SARAMA, Julie; Clements, Douglas H. (2008). El currículo de Bloques de construcción: viejas y nuevas tecnologías en la enseñanza inicial de las matemáticas. - **En:** Uno. Revista de didáctica de las matemáticas no.47 (2008:ene. mar.), p.67-75.
92. Tchameni Ngamo S. (2006). Pedagogical Principles and theories of ICT integration in Education. AVU Teacher Education Authoring content Workshop. Nairobi - Kenya, 21st August to 2nd September.
93. WADSWORTH, Barry (1996). Inteligência e Afetividade da Criança. 4. Ed. São Paulo: Enio Matheus Guazzelli.
94. VIEIRO Iglesias, Pilar.; Gómez Veiga, Isabel. Psicología de la lectura: procesos, teorías y aplicaciones instruccionales. Madrid Pearson, 2004.

### **Páginas de internet**

1. <http://www.observador.com.mx>
2. <http://www.milguelvaldivia.obolog.com> (consultado en 12/01/10)
3. <http://www.funderstanding.com/behaviorism.cfm>
4. <http://www.ua.es>
5. <http://www.eps.ufsc.br/disserta98/ribeiro/>
6. <http://www.umsa.edu.ar>
7. <http://mathforum.org/mathed/constructivism.html>
8. <http://comenio.files.wordpress.com> (consultado en 23/05/11)
9. <http://www.ilustrados.com> (consultado en 18/07/10)

10.<http://www.magislex.com>

11.<http://www.ejercicioscasosdefactorizazion.blogspot.com>

12.<http://www.psicologia.online.com> (consultado en 08/09/08)

13.<http://www.educra.cl> (consultado en 03/06/11)

### **Artigos**

Pedro Campillo y Antonio Devesa. Resolución de problemas con la utilización de un asistente matemático.

Dr. Oscar Tintoter Delgado. Universidade Estadual de Roraima (UERR)

Dr. Héctor José García Mendoza. Universidade Federal de Roraima (UFRR). A Didática da Matemática como Disciplina na Formação de Professores. Mini-curso a ser ministrado no V Congresso Internacional de Ensino da Matemática os dias 20, 21, 22 e 23 de outubro de 2010 na ULBRA Canoas – RS, Brasil.

# ANEXOS

## Anexo # 1- Teste Pedagógico

Caro estudiante, lea atentamente, las cuestiones que a continuación se presentan.

1. Represente gráficamente, las funciones definidas por:

$$f(x) = 2^x$$

$$n(x) = \log_2 x$$

$$b(x) = 5^x$$

$$c(x) = \log_7 x$$

$$y_x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$t(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$h(x) = (0,25)^x$$

$$m(x) = \log_{0,25} x$$

2. En la base de las funciones presentadas arriba, diga:

- ¿Tienen dominio? ¿Cuál es?
- ¿Tienen imagen o contra dominio? Indique
- ¿Cuáles son los puntos de intersección con los ejes?
- ¿Son monótonas? ¿Cuáles los intervalos que presentan esa monotonía?
- ¿Tienen asíntotas? ¿Cuál es?
- ¿Son inyectivas? ¿Porque?
- ¿Tienen inversas? Justifique.
- ¿Indique las funciones que crecen más rápido y menos rápido?  
¿Porque?

3. Que relación existe entre la función exponencial y logarítmica

Buena Suerte

## Anexo # 2- Ficha de inquerito para profesores

Caro profesor, el Departamento Académico de la escuela de Ciencias y Ingeniería de la AIU (Atlantic International University), en Honolulu, Hawaii está realizando una investigación científica que visa perfeccionar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas, sus propiedades; para eso, necesitamos su experiencia y talento profesionales que pueden contribuir para el éxito de esta investigación científica, contestando así el cuestionario anónimo siguiente.

Teniendo en cuenta las posibles respuestas que el cuestionario ofrece, señala con una cruz (X) la respuesta o parecer que usted juzga conveniente con su valoración.

1. La experiencia profesional directa o indirecta relacionada al enseño y aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas es de:

a) De 0 a 3 años       b) de 3 a 7 años

c) Más de 10 años

2. Las condiciones para el enseñanza y aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas, son dadas de una manera:

a) Débil       b) Moderada       c) Fuerte

3. El dominio por parte de los alumnos en las funciones exponenciales y logarítmicas es:

a) Excelente       b) Muy bueno       c) Bueno

d) Aceptable       e) Insuficiente

4. Cree que algunas causas fundamentales de insuficiencia para el dominio de las funciones exponenciales y logarítmicas y su propiedades, sean::

a) Uso de métodos de enseñanza en la clase

b) Sistema de ejercicios que se utilizan  c) Métodos de aprendizaje

5. Proponga otras condiciones que considere importantes para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas :

.....  
.....  
.....  
.....

### Anexo # 3- Cálculo de la muestra

Datos

$$p = 0.5$$

$$q = 0.5$$

$$N = 578$$

$$E = 0.041$$

$$\delta = 95\% = 0.95$$

Fórmula

$$x = \varphi^{-1}\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$x = \varphi^{-1}\left(\frac{0.95}{2}\right)$$

$$x = \varphi^{-1}(0.475), \text{ pela tabela, } x = 1.96$$

$$n = \frac{(x.p.q)^2.N}{E^2(N-1) + (x.p.q)^2}$$

$$n = \frac{(1.96 \times 0.5 \times 0.5)^2 \cdot 578}{(0.041)^2 (578 - 1) + (1.96 \times 0.5 \times 0.5)^2} = \frac{0.2401 \times 578}{0,001681 \cdot 577 + 0.2401} = \frac{138.7778}{0.969937 + 0.2401}$$

$$n = \frac{138.7778}{1.210037} \approx 115$$

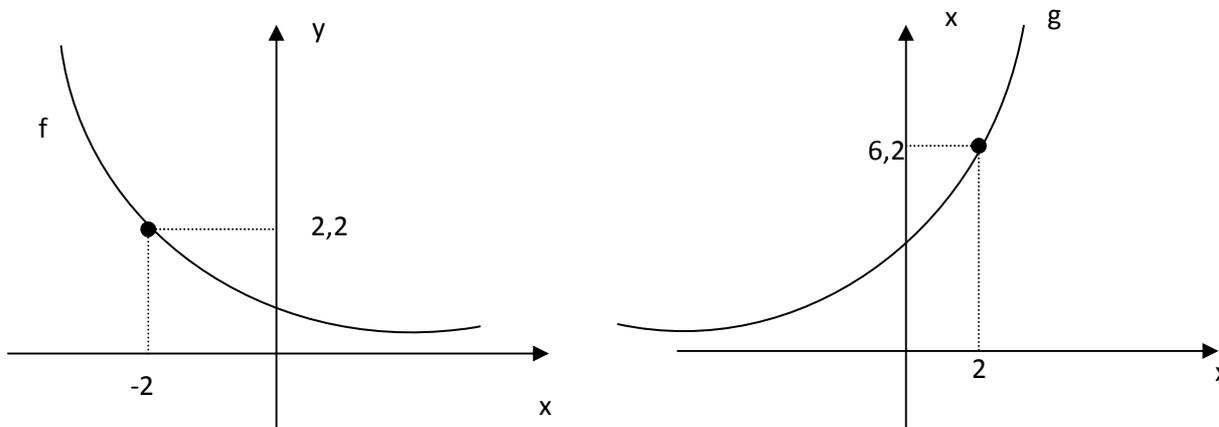
Anexo # 4- Tabla de números aleatorios

**Tabela de Números Aleatórios**

10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17	38 29 27 49 45
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 63 61 04 02	00 82 29 16 65
08 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 60	15 95 33 47 64	35 08 03 36 06
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97	04 43 62 76 58
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 68 77	12 17 17 68 33
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85	11 19 92 91 70
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 26 14	86 79 90 74 39	23 40 30 97 32
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47	18 62 38 85 79
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09	83 49 12 56 24
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 44	35 27 38 84 35
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33	50 50 07 39 98
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01	52 77 56 78 51
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10	68 71 17 78 17
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93	29 60 91 10 62
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68	23 47 83 41 13
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86	40 21 81 65 44
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53	14 38 55 37 63
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37	96 28 60 26 55
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90	94 40 05 64 18
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22	54 38 21 45 98
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23	37 08 92 00 48
80 33 69 45 98	26 94 03 68 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40	42 05 08 23 41
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81	22 22 20 64 13
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 86 07 46 97	96 64 48 94 39	28 70 72 58 15
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82	07 20 73 17 90
61 19 69 04 46	26 45 74 77 74	51 92 43 37 29	65 39 45 95 93	42 58 26 05 27
15 47 44 52 66	95 27 07 99 53	59 36 78 38 48	82 39 61 01 18	33 21 15 94 66
94 55 72 85 73	67 89 75 43 87	54 62 24 44 31	91 19 04 25 92	92 92 74 59 73
42 48 11 62 13	97 34 40 87 21	16 86 84 87 67	03 07 11 20 59	25 70 14 66 70
23 52 37 83 17	73 20 88 98 37	68 93 59 14 16	26 25 22 96 63	05 52 28 25 62
04 49 35 24 94	75 24 63 38 24	45 86 25 10 25	61 96 27 93 35	65 33 71 24 72
00 54 99 76 54	64 05 18 81 59	96 11 96 38 96	54 69 28 23 91	23 28 72 95 29
35 96 31 53 07	26 89 80 93 54	33 35 13 54 62	77 97 45 00 24	90 10 33 93 33
59 80 80 83 91	45 42 72 68 42	83 60 94 97 00	13 02 12 48 92	78 56 52 01 06
46 05 88 52 36	01 39 09 22 86	77 28 14 40 77	93 91 08 36 47	70 61 74 29 41
32 17 90 05 97	87 37 92 52 41	05 56 70 70 07	86 74 31 71 57	85 39 41 18 38
69 23 46 14 06	20 11 74 52 04	15 95 66 00 00	18 74 39 24 23	97 11 89 63 38
19 56 54 14 30	01 75 87 53 79	40 41 92 15 85	66 67 43 68 06	84 96 28 52 07
45 15 51 49 38	19 47 60 72 46	43 66 79 45 43	59 04 79 00 33	20 82 66 95 41
94 86 43 19 94	36 16 81 08 51	34 88 88 15 53	01 54 03 54 56	05 01 45 11 76
98 08 62 48 26	45 24 02 84 04	44 99 90 88 96	39 09 47 34 07	35 44 13 18 80
33 18 51 62 32	41 94 15 09 49	89 43 54 85 81	88 69 54 19 94	37 54 87 30 43
80 95 10 04 06	96 38 27 07 74	20 15 12 33 87	25 01 62 52 98	94 62 46 11 71
79 75 24 91 40	71 96 12 82 96	69 86 10 25 91	74 85 22 05 39	00 38 75 95 79
18 63 33 25 37	98 14 50 65 71	31 01 02 46 74	05 45 56 14 27	77 93 89 19 36
74 02 94 39 02	77 55 73 22 70	97 79 01 71 19	52 52 75 80 21	80 80 45 17 48
54 17 84 56 11	80 99 33 71 43	05 33 51 29 69	56 12 71 92 55	36 04 09 03 24
11 66 44 98 83	52 07 98 48 27	59 38 17 15 39	09 97 33 34 40	88 46 12 33 56
48 32 47 79 28	31 24 96 47 10	02 29 53 68 70	32 30 75 75 46	15 02 00 99 94
69 07 49 41 38	87 63 79 19 76	35 58 40 44 01	10 51 82 16 15	01 84 87 69 38

**Anexo # 5- Prueba pedagógica para la validación de la implementación de la estrategia didáctica aplicada en la fase experimental (final).**

1) Observe los gráficos de las funciones definidas por  $f(x) = r^x$  e  $g(x) = s^x$



Con base los gráficos, conteste:

- $r > 1$  ou  $0 < r < 1$ ?
- $s > 1$  ou  $0 < s < 1$ ?
- f es creciente o decreciente? Y g es creciente o decreciente. Justifique.
- $f(7)$  es mayor, menor o igual a  $f(3)$ ?
- $g(5)$  es mayor, menor o igual a  $g(4)$ ?
- Analice el dominio e imagen o contra dominio de cada una de ellas.

2 ) Construya los gráficos de las funciones  $f(x) = \log_{1,2} x$  e  $g(x) = \log_3 x$  y conteste:

- Qué punto tienen en común?
- Como influye las bases en las gráficas de las funciones f y g?
- Son monótonas? Justifique.
- Tienen asíntotas? Son inyectivas?
- Cuál es su dominio y su recorrido? Son continuas
- Que relación hay entre las gráficas del ejercicio (1) y las de éste? Por qué?

**Anexo # 6- Prueba pedagógica para la validación de la implementación de la estrategia didáctica aplicada en la fase de control (inicial).**

Construya en el mismo sistema de ejes los gráficos de  $f(x) = 2 \cdot 3^x$ ;  $g(x) = \log_3 x$ ;

$h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ;  $m(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$  y determine en cada función:

- a) Contradominio o imagen;
- b) Ceros;
- c) Monotonía;
- d) Inversa;
- e) Continuidad;
- f) Asíntota;
- g) Característica del crecimiento o decrecimiento en cuanto a la base.

## Anexo # 7- Ejercicios propuestos sobre funciones exponenciales y logarítmicas

1. Introduce las siguientes funciones en el software Derive y represéntalas gráficamente:

$$f(x) = \log_3 x, \quad f(x) = 4^x, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x, \quad h(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x, \quad m(x) = \log_2\left(\frac{x}{2}\right), \quad f(x) = 5^x,$$

$$f(x) = \log_2(x-1).$$

- a) ¿Que punto tienen en común?
- b) ¿Como influye las bases en la grafica de función exponencial y logarítmica?
- c) ¿Cual crece más rápidamente?
- d) ¿Tienen asíntotas? ¿Son inyectivas?
- e) ¿Cuál son su dominio y su recorrido? ¿Son continuas?
- f) ¿Que relación hay entre las graficas de funciones exponenciales y logarítmica? Porque.
- g) Calcule la inversa de cada una de ellas.

2. Observando la base, identifique las siguientes funciones como crecientes o decrecientes. Justifique

a)  $f(x) = \log_{1,2} x$

b)  $f(x) = \left(\frac{7}{3}\right)^x$

c)  $g(x) = \log_{2,5} x$

d)  $t(x) = 10^x$

e)  $f(x) = \log_{0,7} x$

f)  $n(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}$

3. f, g y h son funciones de IR en IR dadas por  $f(x) = 2.3^x$ ,  $g(x) = 5^x - 2$  y  $h(x) = 5^{x-2}$ . Determine:

a)  $f(2)$

- b)  $g(2)$
- c)  $h(2)$
- d)  $f(-3)$
- e)  $g(0)$
- f)  $h(0)$
- g) X tal que  $h(x)=125$
- h) X tal que  $g(x)=3$

4. Las funciones logarítmicas f y g dadas por  $f(x)=\log_3 x$  y  $g(x)=\log_4 x$ .

Determine:

- a)  $f(9)$
- b)  $g(1)$
- c)  $g(4)$
- d)  $D(f)$
- e)  $\text{Im}(f)$
- f) X tal que  $g(x)=4$
- g)  $f(27)+g(16)$
- h)  $f^{-1}(1)$

5. El cuerpo de una víctima de asesinato fue encontrado a las 22 horas. A las 22h30min. el médico de la policía llegó e inmediatamente midió la temperatura del cadáver que era de  $32,5^\circ$ . Una hora más tarde, midió la temperatura otra vez y encontró  $31,5^\circ\text{c}$ ; la temperatura del ambiente fue mantenida constante a  $16,5^\circ\text{c}$ . Admita que la temperatura normal de una persona viva sea  $36,5^\circ\text{c}$  y suponga que la ley matemática que describe

el resfriamiento del cuerpo es dada por  $D(t) = D_0 \cdot 2^{(-2\alpha t)}$  en que  $t$  es el tiempo en horas,  $D_0$  es diferencia de temperatura del cadáver con el medio ambiente en un instante  $t$  cualquiera y  $\alpha$  es una constante positiva. Los datos logrados por el médico fueron en la tabla siguiente:

	Horas	Temperatura del cuerpo (°C)	Temperatura del cuarto (°C)	Diferencia de temperatura
t=?	muerte	36,5	16,5	$D(t) = 20$
t=0	22h30min	32,5	16,5	$D(0) = D_0 = 16$
t=1	23h30min	31,5	16,5	$D(1) = 15$

Considerando los valores aproximados  $\log_2 5 = 2,3$  y  $\log_2 3 = 1,6$  , determine:

- la constante  $\alpha$  ;
- la hora en la que la persona murió.